

地下水位の潮汐応答の分析による 淡水レンズ帯水層の水理定数推定手法

白旗克志* 石田 聡* 吉本周平* 土原健雄*

*資源循環工学研究領域水資源工学担当

キーワード：淡水レンズ，不圧帯水層，地下水位，自記連続観測，調和解析，潮位伝播，水頭拡散率

I 緒 言

沿岸域で淡水を含む帯水層が海底に露出しているとき、淡水は海に流出し、海水は淡水の下にくさび状に浸入する。これら淡水と海水は動的平衡を保っており、境界面は内陸に向かって下っている（山本，1983）。陸側から海に向かって流出している不圧地下水の淡水とその下部に浸入した塩水が定常状態の塩淡水境界面を形成しているとき、海岸線付近を除いて淡水地下水の鉛直方向の浸透流速は小さいため、鉛直断面内で水平方向の浸透流速は一樣であると仮定し（デュプイの準一様流の仮定）、塩淡水境界面の深さと地下水位標高が比例することが知られている（ガイベンヘルツベルグの近似）（例えば佐藤・岩佐，2002）。周囲の全方位を海岸線に囲まれた島嶼で全域に不圧帯水層が分布する場合には、海岸付近では地下水位標高は海水準にほぼ等しく淡水の厚さはほぼ零となり、海岸から内陸に離れるにつれて地下水位標高は高く淡水は厚くなる。したがって島嶼全体の地下水の淡水部分の形状は、地下の塩水の上に浮かぶ薄いレンズのような形状となる。このような、海水が浸入した不圧帯水層の上部に密度差によってレンズ形状となって浮かぶ地下水の淡水部分は、淡水レンズと呼ばれる。

淡水レンズに関する研究は、1970年代以降、その分布や水資源量を報告するものが多くある（例えば Vacher, 1978; Cant and Weech, 1986; Anthony, 1996; 石田ら, 2010）。これらの研究は、いずれも淡水レンズの静的な規模・水量に注目するもので、淡水レンズの分布や厚さを把握する手段として淡水レンズ下部の塩淡水境界位置の把握とあわせて地下水位を測定することはあっても、日周期の潮汐に応答する速い地下水位変動を連続的に観測して分析する観点はなかった。

国内における淡水レンズ分布地域としては、南西諸島の石灰岩からなる多良間島、南北大東島などの島嶼があり、内閣府沖縄総合事務局および農林水産省農村振興局によって淡水レンズの水源開発技術の確立が図られてきた（岸ら、

1998; 農林水産省，2009）。沖縄県の多良間島においては、平成 23 年度までの調査により（祖父江，2008; 白旗・長田，2009）農業用水源の一部として淡水レンズから取水を行う事業の構想が策定されており、引き続いて平成 24 年度から実施中の調査では淡水レンズからの持続的に可能な取水量と管理手法を検討するため、地質調査、取水試験、淡水レンズ挙動および取水可能量の解析が計画されている（山田ら，2012; 仲間，2013）。

淡水レンズに限らず地下水の水源開発計画を検討するに当たっては、帯水層の水理性状を表す定数、すなわち帯水層定数（透水量係数、貯留係数など）を把握することは基本的な要件である。大規模な地下水開発計画の検討では、揚水量や総合的水利用計画の検討のため地下水シミュレーション解析の手法が用いられるが、解析を行う上で必要な基本的パラメータのひとつが帯水層の水理定数である（農林水産省，2009）。帯水層の水理定数を把握する方法としては、揚水試験、放射線水分検層、ボーリングコア試料を用いた室内試験などが挙げられる（緑資源機構，2006）が、これらの方法では、揚水試験の実用的な影響圏から類推して最大でも 300m（不圧帯水層の場合）（山本，1983）までの局所的な情報しか得られない。

一方、不圧帯水層が海底に露出する沿岸域や淡水レンズ賦存地域では、潮汐による海水位の変動的変動が内陸に向かって伝播することによる地下水位の変動（地下水位の潮汐応答）を分析することによっても、帯水層の水理性状を推定することが可能である。この方法では、潮位の正弦振動の伝播による内陸地点地下水位の振動を水頭拡散率と呼ばれる帯水層定数を介して表現する水位変動式を用いる。水頭拡散率は、ある地点の水頭変化がその周辺にいかにか速く及ぶかを示す尺度であり、透水量係数の貯留係数に対する比に等しい。この方法は、地下水観測孔の配置によっては 1km 以上の広範囲の淡水層の水理性状を推定できる点で有利である。

潮汐応答する地下水位の現場での観測データを用いて、水位変動の式から帯水層の水理性状の推定を行った研究としては、次のものがある。近森ら（1972）は、高知県沿岸

域の地区の不圧地下水を対象として、近傍の検潮所における既知の潮位変動を境界条件として帯水層定数を色々に仮定して水位変動式により内陸地下水位を推定し、実測した地下水位との差を最小二乗法的に評価して帯水層定数の最適推定値を求めている。愛知ら (2011) は、潮汐の主要振動成分を境界条件とする摂動解 (主要 4 分潮からなる潮位変動の伝播による地下水位変動の式) を導出した上で、伊豆諸島新島の不圧地下水を対象とし、近傍検潮所の潮位の主要成分を用いて色々な帯水層定数に対して計算される地下水位変動の振幅・位相と、実測との比較により、帯水層定数を推定した。このとき計算値と実測の振幅・位相の比較において、各振動成分の振幅の大きさを重み付けして成分間で優先度に差をつけて定義した平方根平均二乗誤差が最小となる帯水層定数を探索して、その推定値とした。

これら 2 例の研究の手法は、地下水位変動の式において潮位変動を境界条件とし帯水層定数を仮定して地下水位変動を出力させることを色々な帯水層定数に対して行い、出力が実測の地下水位変動に近くなったときの帯水層定数をもって帯水層定数の推定値とする点で共通している。この方法は、帯水層定数の最適推定値を得るために、複数の試行錯誤的な計算と、計算結果と実測値とのフィッティングの評価が必要となる。

一方で、本報告で提案するように、1 年程度の連続的な潮位または水位の観測値があれば基本的な三角関数の計算によって周期が既知の振動成分を抽出できることから、潮位 (または海岸にごく近い位置の地下水位) から抽出した周期既知の成分と内陸の地下水位から抽出した同じ周期の成分に水位変動の式をあてはめることで、試行錯誤的な計算をせずとも帯水層定数 (水頭拡散率) を直接推定することが可能である。

愛知ら (2011) によれば、複数の正弦振動成分からなる潮位変動の影響をうける不圧帯水層で実測した水位変動を、異なる周期成分に分離して応答を分析する方法は、愛知ら (2011) 以前に検討例がない。我が国では、南西諸島の淡水レンズのほか沿岸域の不圧帯水層の地下水利用は普通にみられ (例えば磯崎, 1970 ; 森ら, 2012), また上述のように将来的な開発構想もあることから、不圧帯水層の地下水位の潮汐応答や水理性状に関する上記のような分析方法の検討は重要である。

本報告では、潮汐に応答する淡水レンズ地下水について、水位の時系列連続観測データから、三角関数等の単純な計算による調和解析手法と潮位伝播による水位変動の式を用いて帯水層の水理定数 (水頭拡散率) を推定する簡易な手法を提案し、沖縄県多良間島におけるその適用例を示す。

なお用いる観測データは、内閣府沖縄総合事務局および農林水産省農村振興局による大規模淡水レンズ開発技術の確立に係る調査および地域整備方向検討調査により得られたものである。

II 手 法

本研究で用いた手法の構成を、構成要素の特徴とともに Table 1 に示す。本手法は、①水位観測、②調和解析および③水位変動式の適用を順次行うことによって、帯水層の水頭拡散率を推定するものである。

用いる水位変動式は山本 (1983) による単一周期の正弦振動の伝播を表す式であるが、現実の観測データでは、潮位変動は周期が異なる複数の正弦振動成分 (分潮) をもち、その伝播により変動する地下水位も同様である。観測により得られた水位データに山本 (1983) の水位変動式を適用するためには、個々の分潮成分を分離・抽出する必要がある。複数の分潮の重ね合わせである潮位や水位の観測データから個々の分潮を抽出することを、調和解析と呼ぶ。ここで分潮を抽出するとは、具体的にはその成分の正弦振動式の振幅と初期位相を算出することである。

2.1 地下水位の連続観測

本研究で対象とした調査地は、沖縄総合事務局が多数の地下水観測孔を設置して淡水レンズの調査を継続して行っている沖縄県多良間島である。Fig. 1 に、本研究で用いた地下水位データを取得した観測地点の位置を示す。

本手法では、同一の潮位変動の伝播により変動する、海岸からの距離が異なる 2 地点の地下水位観測データを用いる。海岸に近い観測地点の位置はできるだけ海岸に近いほうが、観測機器の誤差に対する相対的な水位変動幅が大きくなり有利と考えられる。多良間島においては、海岸にごく近い位置での水位観測データはこれまでのところ 19T6 地点しかない。そのため 2 地点のうち海岸に近い地点は

Table 1 手法の構成要素
Components of the study method

①地下水位の時系列連続観測	・海岸からの距離が異なる2地点 ・測定・記録間隔: 1時間に1回 ・観測期間: 369日間 (8856時間) (2地点同期間)
②調和解析 (分潮の抽出)	・フーリエ級数展開を応用 ・対象分潮: 主要4分潮 (M_2, S_2, K_1, O_1) →各観測地点の各分潮について振幅と初期位相を算出
③潮位伝播による水位変動式の適用 (水頭拡散率の推定)	・単一周期の正弦振動の伝播による水位変動式 ・2地点間の各分潮の振幅減衰比と時間遅れを代入 →4分潮から水頭拡散率の推定値を8つ算出して平均

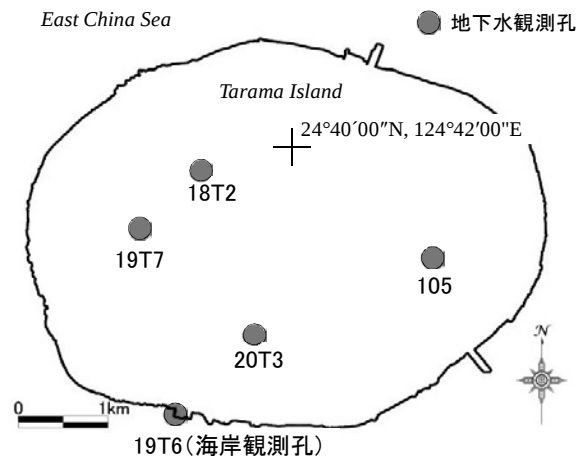


Fig. 1 調査地区および対象観測孔位置図
Study area and location of the groundwater observation holes

Table 2 観測孔の諸元
Specifications of observation holes

孔名	位置	海岸からの距離	管頭標高	孔底深度	自記計設置深度
19T6	南部海岸	0.02km	2.50m	4m	管頭-4.0m
18T2	北西部	1.22km	13.75m	30m	管頭-19.5m
19T7	西部	1.24km	11.98m	63m	管頭-16.1m
20T3	南部	1.05km	11.01m	30m	管頭-14.8m
105	東部	1.07km	11.22m	(スクリーン下端) 13.7m	管頭-11.7m

19T6 地点とし、内陸地点は、19T6 と反対の北東側海岸に近い地点を避けて 4 地点を選定した。4 地点それぞれから直近の海岸の地下水位変動が、19T6 の地下水位変動と同等であると仮定して、島の中央からみて北西～西～南～東方向の沿岸の帯水層の水理定数を推定することとした。

多良間島の帯水層は、厚い石灰岩の層（後述）の全体が一枚の不透水層と考えられており、観測孔は原則として孔底まで有孔のオールスクリーン構造となっている。本研究で用いた 5 地点の観測孔の諸元を Table 2 に示す。

地下水位の連続観測は、現地観測孔に水圧式の自動記録型観測機器（自記計）を設置して行われた。用いられた自記計は、海岸の 19T6 地点は In-situ 社製自記水位計 Leveltroll、他の 4 地点は同社製自記水位電気伝導度計 Aquatoll（但し 2008 年 7 月からの観測期間の当初約 2 ヶ月間は、19T6 地点は同社製自記計 Aquatroll、105 地点は同社製自記計 Troll9000）である（分解能はいずれも約 1mm）。設置深度は、海岸の 19T6 地点を除いて淡水レンズの下面（電気伝導度 200mS/m で定義）付近であり、Table 2 最右列に示したとおりである。

測定・記録間隔は 1 時間に 1 回であり、2 ヶ月に 1 回程度現地においてデータ回収等管理作業が行われた。用いられた自記計はいずれも通気管をもつ通信ケーブルにより本体内部の圧力センサー背面に大気圧がかかる大気圧自動補正型のもので、観測位置に設置した状態でノートパソコン

に接続してセンサーが感知している水深と水位を表示させることが出来るため、携帯型触針式水位計による水位測定値と比較することで、設置深度や観測水位のずれを確認できる。管理作業時には、自記計の自動記録動作を一度終了して観測データを回収し、自記計内部の時計のずれを確認して補正し、携帯型触針式水位計での水位測定結果と比較して水位観測値のずれと設置深度のずれを確認して調整したのち、新たな自動記録動作が再開された。

管理作業時の実績から観測データの時刻のずれは Troll9000 および Leveltroll で概ね 1 分以内、Aquatoll で概ね 10 秒以内であった。また水位は携帯型触針式水位計による測定値との差が±1cm 以下となるように補正した。

本研究で用いた観測データは 2008 年 7 月 1 日 0:00 から 2009 年 7 月 4 日 23:00 までの 1 時間に 1 回の水位データである。この間の欠測率はいずれの地点も 0.1～0.2%であった。

2.2 水位観測データからの分潮の抽出（調和解析）

本研究で用いる、観測データから個々の分潮を抽出する手法は、フーリエ級数展開の方法を応用したものである。

一般に、周期 t_0 の任意の周期関数 $f(t)$ は、次のように書き表すことができる（Feynman et al., 2013）（付録 1 参照）。

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \frac{2\pi}{t_0} t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n \frac{2\pi}{t_0} t \quad (1)$$

但し n は整数であって、

$$a_0 = \overline{f(t)} \quad (2)$$

$$a_n = 2 \overline{f(t) \cdot \cos n \frac{2\pi}{t_0} t} \quad (3)$$

$$b_n = 2 \overline{f(t) \cdot \sin n \frac{2\pi}{t_0} t} \quad (4)$$

（上線は周期 t_0 に亘る平均を表す）

式(1)の右边を $f(t)$ に対するフーリエ級数あるいはフーリエ級数展開という。 t_0 は基本周期と呼ばれる。

式(1)～(4)は周期 t_0 の周期関数について導出されるものであるが、非周期関数であっても $f(t)$ が t の有限区間でのみ定義されているときには、その区間を基本周期 t_0 とすれば区間内において周期関数と同一であるから、式(1)～(4)はそのまま成り立つ。

式(1)右边から特定の n に対応する項を取り出すと次式となる。

$$a_n \cos n \frac{2\pi}{t_0} t + b_n \sin n \frac{2\pi}{t_0} t \quad (5)$$

式(5)は、三角関数の加法定理から直ちに導かれる次の式(6)から分かるように、適当な振幅 h_n と初期位相 φ をもつ正

弦振動成分 $h_n \sin(n\omega t + \varphi)$ (なお $\omega = 2\pi/t_0$) に置き換えることができる。

$$\begin{aligned} h_n \sin(n\omega t + \varphi) &= h_n (\sin\varphi \cos n\omega t + \cos\varphi \sin n\omega t) \\ &= (h_n \sin\varphi) \cos n\omega t + (h_n \cos\varphi) \sin n\omega t \end{aligned} \quad (6)$$

このとき式(5)中の a_n と b_n の組は、正弦振動成分の振幅 h_n と初期位相 φ の組と、以下の式により 1 対 1 に対応する。

$$h_n = \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)} \quad (7)$$

$$\sin \varphi = a_n / \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)} \quad (8)$$

$$\cos \varphi = b_n / \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)} \quad (9)$$

したがって式(1)~(4)は、周期関数 $f(t)$ が、全ての n に対して適当な a_n および b_n 、すなわち適当な振幅および初期位相を与えてやれば、基本周期 t_0 の整数分の 1 (t_0/n) を周期とする複数の正弦振動成分の重ね合わせによって表現できることを表している。

このことを利用して、水位の連続観測データから特定周期の分潮を抽出する。 t と $f(t)$ の組 ($t, f(t)$) が水位の時系列観測データとして連続的に与えられているとき、観測期間全体を基本周期 t_0 とし、分潮の周期をその整数分の 1 (t_0/n) で表せば、当該分潮成分は式(5)で表される。その a_n および b_n は式(3)および式(4)で得られ、2 式の形から他の分潮成分とは関係なく独立に求められることが分かる。

分潮には数多くの種類があり気象庁のホームページ (気象庁, 2013a ; 2013b ; 2013c および 2013d) では 60 分潮を挙げているが、本研究では愛知ら (2011) と同様に主要 4 分潮と呼ばれる下記の分潮成分を対象とした。下記の周期は気象庁ホームページ分潮一覧表の「速度 (度/時)」欄から計算して時間単位で小数点下 6 桁までで四捨五入したものである (S_2 分潮の周期は正確に 12 時間)。

- ・ M_2 主太陰半日周潮 周期 12.420601h
- ・ S_2 主太陽半日周潮 周期 12.000000h
- ・ K_1 日月合成日周潮 周期 23.934470h
- ・ O_1 主太陰日周潮 周期 25.819342h

ここで水位観測データに式(3)および式(4)を適用する際、基本周期 t_0 とそれに応じて決まる各分潮成分に対応する n 値の設定には工夫が必要である。

式(3)および式(4)中の平均は基本周期 t_0 に亘る平均であるから、この計算をするためには t_0 と同じ長さの期間の観測データが必要となる。

一方、上記のように分潮の周期は S_2 を除いて時間単位で割り切れないため何らかの近似値にせざるを得ないが、 t_0 は 4 分潮の各周期の整数倍である必要がある (4 分潮の周期の公倍数とする必要がある) から、分潮周期の取り方によっては t_0 が極端に大きくなってしまう。

例えば 4 分潮の周期を 0.01 時間刻みに丸めることとし

1242, 1200, 2393, 2582 とした場合、 t_0 は 4 つの値の最小公倍数をとって次の式(10)のようになり、また各分潮成分についての n は式(11)~(14)のようになる。

$$t_0 = 767,397,769,200 \text{ (0.01 時間単位)} \quad (10)$$

$$n_{M2} = 617,872,600 \quad (11)$$

$$n_{S2} = 639,498,141 \quad (12)$$

$$n_{K1} = 320,684,400 \quad (13)$$

$$n_{O1} = 297,210,600 \quad (14)$$

上記の t_0 は 7,673,977,692 時間 (約 875,443 年) であり、このような長期間の観測は不可能である。

本研究では以下のようにして基本周期 t_0 を設定した。まず時系列観測データは 1 時間間隔としているから t_0 は 1 時間単位の長さにはかなりえず、さらに S_2 分潮の周期 12 時間の整数倍である。本研究では原則として日単位の基本周期とすることとした。

例えば仮に t_0 を 280 日間 (6720 時間) とした場合、その中には M_2 分潮の周期 (12.4206...時間) が 541.036...個だけ含まれるが、この、基本周期 t_0 を M_2 分潮の周期で割った商が、整数に近くなるような t_0 を見つければよい。上述のように S_2 以外の 3 分潮の周期は近似して扱うが、左記の商がある整数にごく近いとき、 t_0 をその整数で割ったもので分潮周期を近似しても他の近似に比べて特別不利になることはない。例えば上記のように t_0 を 6720 時間とした場合は M_2 分潮の周期を $6720/541 (=12.4214...)$ で近似することになるが、一つ前の例において 0.01 時間刻みに丸め 12.42 時間と近似した場合に比べて、本来の周期 (12.4206...) からのずれの大きさは同じ程度である。

そのような、 t_0 を分潮周期で割った商が整数に近くなるような t_0 は、 t_0 を順次大きくしていくとき規則的に現れると見込まれる。Fig. 2 は、その様子を示したものである。横軸で基本周期を 1 日ずつ増やしていったとき、基本周期の整数分の 1 で近似された分潮周期が本来の分潮周期からどれだけ異なるかの、本来の分潮周期に対する割合 (乖離率) を縦軸にプロットした。なお S_2 分潮は基本周期が日単位なら常に零にプロットされるので省いた。横軸は 750 日までの範囲を表示している。

この図に示したようなプロットを用いて、対象とする分潮成分と許容する乖離率のしきい値を設定することで、基本周期をどの値にすればよいかを検討することが出来る。例えば、もし M_2 分潮だけを用いることとし乖離率 0.001% 以下を条件とするなら、基本周期の候補として 192 日, 251 日, 310 日, ...などが選ばれる。

本研究では、現実的に観測可能な長さの期間とすることも考慮しつつ、主要 4 分潮全てについて乖離率 0.003% 以下となる 369 日 (8856 時間) を基本周期とすることにした。

このとき、4 分潮の成分は次のようになる。

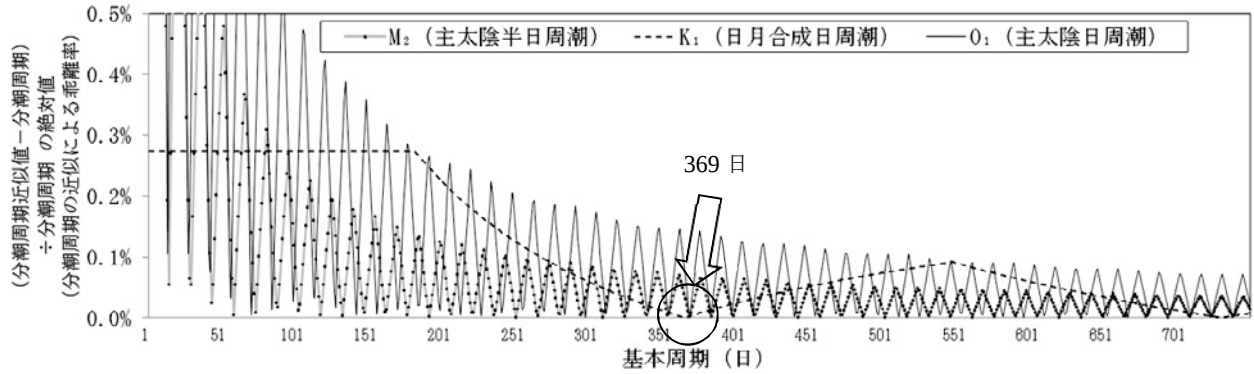


Fig. 2 基本周期の検討
Choice of the fundamental period

$$M_2 \text{ 成分 : } \left(2 f(t) \cdot \cos n_{M2} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \cos n_{M2} \frac{2\pi}{t_0} t \\ + \left(2 f(t) \cdot \sin n_{M2} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \sin n_{M2} \frac{2\pi}{t_0} t \\ \text{但し } n_{M2} = 713 \text{ (近似周期} = 8856/713 \approx 12.4208 \text{)} \\ (15)$$

$$S_2 \text{ 成分 : } \left(2 f(t) \cdot \cos n_{S2} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \cos n_{S2} \frac{2\pi}{t_0} t \\ + \left(2 f(t) \cdot \sin n_{S2} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \sin n_{S2} \frac{2\pi}{t_0} t \\ \text{但し } n_{S2} = 738 \text{ (近似周期} = 8856/738 = 12.0000 \text{)} \\ (16)$$

$$K_1 \text{ 成分 : } \left(2 f(t) \cdot \cos n_{K1} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \cos n_{K1} \frac{2\pi}{t_0} t \\ + \left(2 f(t) \cdot \sin n_{K1} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \sin n_{K1} \frac{2\pi}{t_0} t \\ \text{但し } n_{K1} = 370 \text{ (近似周期} = 8856/370 \approx 23.9351 \text{)} \\ (17)$$

$$O_1 \text{ 成分 : } \left(2 f(t) \cdot \cos n_{O1} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \cos n_{O1} \frac{2\pi}{t_0} t \\ + \left(2 f(t) \cdot \sin n_{O1} \frac{2\pi}{t_0} t \right) \sin n_{O1} \frac{2\pi}{t_0} t \\ \text{但し } n_{O1} = 343 \text{ (近似周期} = 8856/343 \approx 25.8192 \text{)} \\ (18)$$

連続する t と $f(t)$ の組が水位の時系列観測データとして与えられていれば、各分潮成分の a_n および b_n の計算は式(15)～(18)の括弧内のおとり三角関数、乗算および平均の計算であるから、一般的な表計算ソフト上で可能である。得られた a_n および b_n から、先に示した式(7)～(9)を用いてその分潮の振幅と初期位相を算出した。

2.3 海岸から異なる距離の2地点への水位変動式の適用

海岸の潮位 $h(t)$ が周期 t_n で振動する ($h(t) = h_0 \sin(2\pi/t_n \cdot t)$) とき、その伝播によって変動する内陸に距離 X だけ離れた位置の不圧帯水層の水位 h_x は、次式で表される (山本, 1983)。

$$h_x(t) = h_0 \exp\left(-X \sqrt{\frac{\pi S}{t_n T}}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{t_n} t - X \sqrt{\frac{\pi S}{t_n T}}\right) \quad (19)$$

(h_0 : 海岸における潮位変動の振幅, t_n : 海岸における潮位変動の周期, X : 海岸からの距離, S : 貯留係数, T : 透水量係数)

この式で表される地下水位変動の振幅は、右辺の指数関数までの部分、すなわち

$$(\text{振幅}) = h_0 \exp\left(-X \sqrt{\frac{\pi S}{t_n T}}\right) \quad (20)$$

であり、海岸からの距離 X が大きくなるにしたがって振幅が指数関数的に小さくなり減衰していくことを示す。また地下水位変動の海岸潮位変動に対する時間遅れは、式(19)右辺の正弦関数の部分から

$$(\text{時間遅れ}) = X \sqrt{\frac{t_n S}{4\pi T}} \quad (21)$$

であり、海岸からの距離に比例して時間遅れが生じることを表している。

式(20)および式(21)は潮位と内陸地下水位の関係を示すものであるが、これらの式から、海岸から異なる距離にある2地点の地下水位同士について以下のことが容易に導ける。

地下水位観測データが得られた地点 A (海岸からの距離: X_A) および地点 B (海岸からの距離: X_B) (但し $X_A < X_B$) について、2地点の水位が海岸における同一の潮位変動 $h_0 \sin(2\pi/t_n \cdot t)$ の伝播により変動しているとき、A 地点の振

幅に対する B 地点の振幅の比 (減衰比) h_B/h_A は

$$h_B/h_A = \exp\left(- (X_B - X_A) \sqrt{\frac{\pi}{t_n} \frac{S}{T}}\right) \quad (22)$$

であり, また A 地点の水位変動に対する B 地点の水位変動の時間遅れ Δt は

$$\Delta t = (X_B - X_A) \sqrt{\frac{t_n}{4\pi} \frac{S}{T}} \quad (23)$$

である。

式(22)および式(23)より, 減衰比 h_B/h_A と時間遅れ Δt からそれぞれ水頭拡散率 T/S が次式によって計算される。

$$\frac{T}{S} = \frac{\pi}{t_n} \cdot \frac{(X_B - X_A)^2}{(\ln(h_A/h_B))^2} \quad (24)$$

$$\frac{T}{S} = \frac{t_n}{4\pi} \cdot \frac{(X_B - X_A)^2}{\Delta t^2} \quad (25)$$

2 地点 A および B の地下水位観測データから前節に示した方法で得た周期既知の分潮の振幅と初期位相から, 2 地点間の水位変動の減衰比と時間遅れを計算し, 分潮周期 t_n とともに式(24)および式(25)にそれぞれ代入することによって, 2 式からひとつずつ T/S (水頭拡散率) を算出した。

なお 2 地点の分潮の初期位相から時間遅れ Δt を求める計算は, 初期位相の差 (位相遅れ) $\Delta\omega$ を度単位で求めたのち, $\Delta t = \text{分潮周期} \times \Delta\omega / 360$ により計算した。

Table 3 多良間島の地質層序 (沖縄総合事務局農林水産部 (1981) をもとに大我ら (1974) を一部修正)
Stratigraphic sequence in Tarama Island (modified from Ooga et al. (1974) based on Agriculture, Forestry and Fisheries Department, Okinawa General Bureau, Cabinet Office (1981))

年 代	地 層		層厚
第四紀	完新世	海岸堆積物 および 低地堆積物	{ サンゴ礁堆積物 浜砂 ビーチロック 離水サンゴ礁堆積物 新期砂丘砂
		仲筋砂層 (旧期砂丘砂)	10m
	更新世	琉球層群	琉球石灰岩 (多良間石灰岩) 50~60m
新第三紀	鮮新世	島尻層群	多良間砂層

Ⅲ 調査地区の概要

多良間島は沖縄県宮古郡多良間村に属し, 那覇市から約 350km 南西に位置する 東西約 5.8km, 南北約 4.4km, 面積 19.75km² の楕円形の島である (既出 Fig. 1)。北部に一部見られる標高 30m 前後の小丘を除いて標高 10~15m 前後の平坦な地形である。

地質は上位から, 石灰質砂からなる層厚 10m 前後の砂丘砂層, サンゴ, 石灰藻球, 有孔虫殻を含む層厚 50~60m の琉球石灰岩層, 下部島尻層群に対比される石英質砂からなる多良間砂層が分布している (Table 3)。透水性の高い石灰岩が厚く分布するため (Fig. 3), 降雨は蒸発散分を除いて大部分が浸透して, 地下で淡水レンズを形成している。淡水レンズ (電気伝導度 200mS/m 以下の水で定義) の面積は島の面積の約半分に相当する 10km² 前後, その厚さは最も

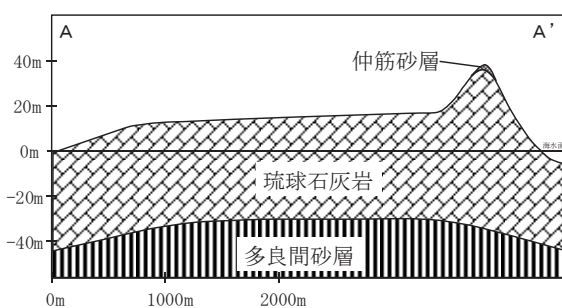


Fig. 3 多良間島地質断面図 (断面線の位置は Fig.4 に示す) (沖縄総合事務局農林水産部, 1983)

Geological section of Tarama Island (Section line is shown in Fig.4) (Agriculture, Forestry and Fisheries Department, Okinawa General Bureau, Cabinet Office, 1983)

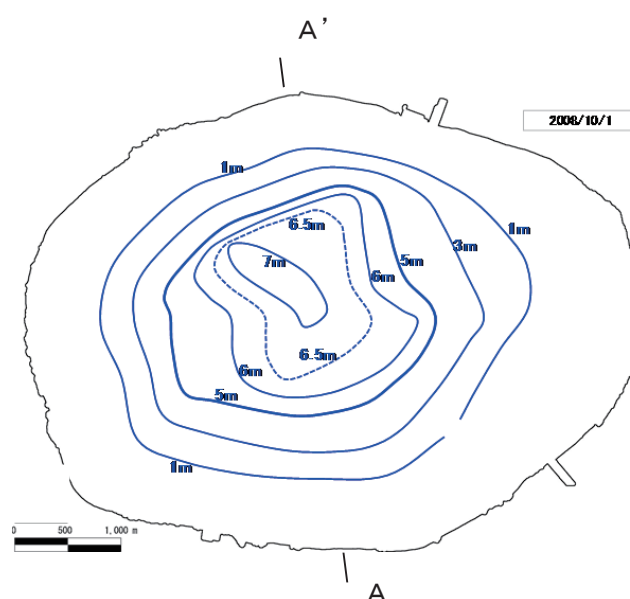


Fig. 4 調査地区の淡水レンズ等厚線図 (白旗, 2010)
Distribution of freshwater thickness (Shirahata, 2010)

厚い部分で 7m 前後である。また多良間島の淡水レンズは、島の中央部よりもやや北西側に偏って分布する（白旗, 2010；石田ら, 2011）（Fig. 4）。

約 1,300 人の人口（沖縄県企画部統計課, 2013）の生活用水は、全量を淡水レンズを水源として高度浄水処理を行う簡易水道に依存している。農業用水は降雨と溜池に依存する不安定なものになっていることから、内閣府沖縄総合事務局および農林水産省農村振興局は、平成 23 年度までに農業生産の向上と農業経営の安定化のための淡水レンズ開発を含む事業構想を策定し、引き続いて平成 24 年度からの調査により、淡水レンズからの持続的開発可能量と管理手法の検討を行っている（仲間, 2013）。

IV 結果と考察

Fig. 5 に、5 地点の水位観測グラフを示す。またその一部の拡大図を Fig. 6 に示す。

Fig. 5 では、1 日 1m 前後の変動幅をもつ海岸（19T6 地点）の地下水位に対し、海岸から約 1km 離れた内陸 4 地点では減衰によって変動幅が 1/10 程度以下になっていることが分かる。また Fig. 6 を詳しくみると、次のことが確認できる。

- ・海岸地点（19T6）の水位変動の山と谷に対して、内陸 4 地点の水位変動の山と谷は、見かけ上数時間遅れて生じている。
- ・内陸 4 地点の海岸からの距離はほとんど変わらないにもかかわらず 1 日の水位変動の大きさは明らかに異なり、105 地点（東部）が最も大きく、18T2 地点（北西部）が最も小さい。

手法の説明の中で示した振幅に関する式(20)から、海岸からの距離が同じであれば、水頭拡散率（ T/S ）が大きいほど振幅は大きくなることが分かる。したがって、上記の 105 地点と 18T2 地点の水位変動の傾向は、定性的には水頭拡散率が東部で大きく北西部で小さいことを示している。以下で、本研究の手法によってこのことが定量的に確認されることになる。

Table 4 に、5 地点の地下水位観測データから本研究の調和解析手法で得られた主要 4 分潮の振幅と初期位相を、海岸の 19T6 地点に対する減衰比と位相遅れとともに示した。なお 2 地点の初期位相から位相遅れを計算する際には、一旦算出された位相遅れに 360° の整数倍を加えたものが真の位相遅れであるとも考えられるあいまいさがあるが、本事例の場合、次の段階で水頭拡散率を算出する際、Table 4 に示した位相遅れに 360° 加えた値を使って算出される水頭拡散率が 1 桁小さい値になったため、減衰比から算出される水頭拡散率と明らかに異なるため不適当であると判断できた。

Table 4 の結果でも、4 分潮とも、105 地点が 18T2 より振幅および減衰比は大きく位相遅れは小さく、また 19T7、20T3 はそれらの中間であることが分かる。当然であるが、

先に水位観測グラフから読み取った地点間の水位変動の大きさの定性的傾向は、Table 4 のこのような振幅の傾向と整合する。

Table 5 に最終的に得られた水頭拡散率を示す。手法の説明で述べたように、水頭拡散率は、ひとつの分潮に対して減衰比からひとつ、時間遅れからひとつの値が算出されるから、4 分潮であれば全部で 8 つの水頭拡散率が算出される。したがって、このばらつきを見ることによっても異常値の判別や推定の妥当性の判断がある程度可能である。Table 5 の結果をみると、19T7 を内陸観測孔とした算出結果はややばらつきが大きい、それを含めて 4 種の対象観測孔それぞれで 8 つの値の相対標準偏差は概ね 10%程度となっている。一般に、揚水試験など現場での調査による帯水層の水理定数の推定では有効桁 2 桁で推定されれば十分と考えられるから、本手法による結果のばらつきも概ね満足できる程度と判断する。

島の北西側、西側、南側および東側それぞれの海岸から約 1km 内陸までの範囲の帯水層の水頭拡散率の推定値である、それぞれ 8 つの値の平均値は、全体としては $6 \sim 15 \text{ m}^2/\text{s}$ の範囲であり、島の北西部で小さく東部で大きい結果となった。

山田ら（2009）は、多良間島で行った揚水試験から推定した透水係数として、 $1.05 \sim 2.91 \times 10^{-2} \text{ m/s}$ を報告している。本研究の結果である水頭拡散率に帯水層の厚さと貯留係数を仮定して透水係数を計算し、山田ら（2009）と比較すると次のようになる。

多良間島の基盤岩上面の深さは標高 -40m ～ -50m（山田ら, 2009）とされていることから帯水層の厚さは 40m ～ 50m 程度と考えられ、概ねの値として 45m と仮定する。また貯留係数は、近傍の宮古島に分布する琉球石灰岩について、完了した地下ダム事業の計画において 0.1 とされている（緑資源機構, 2006）ことから類推して仮に 0.1 を用いると、本研究の水頭拡散率（ $6 \sim 15 \text{ m}^2/\text{s}$ ）から計算される透水係数は、 $1.3 \sim 3.3 \times 10^{-2} \text{ m/s}$ となる。これは上記の山田ら（2009）の透水係数とよく整合する結果である。

また長田ら（1988）は、地質ボーリングと水位観測から多良間島の水理地質と淡水レンズ形状を整理した中で、島の西部、北部、東部を比べ、透水性について順に「やや高い」、「低い」、「高い」としている。

上述のように水頭拡散率は透水係数だけでなく帯水層の厚さや貯留係数にも関係するため直接対比することはできないが、少なくとも長田ら（1988）が示した西部・北部と東部の間の透水性の不均質の傾向と、本研究による北西部と東部の間の水頭拡散率の不均質の傾向は、帯水層の厚さや貯留係数が島内で大きく変化しないと考えたとき、整合する結果となっている。

これらのことから、本研究の手法によって、妥当な水頭拡散率の推定ができたものとする。

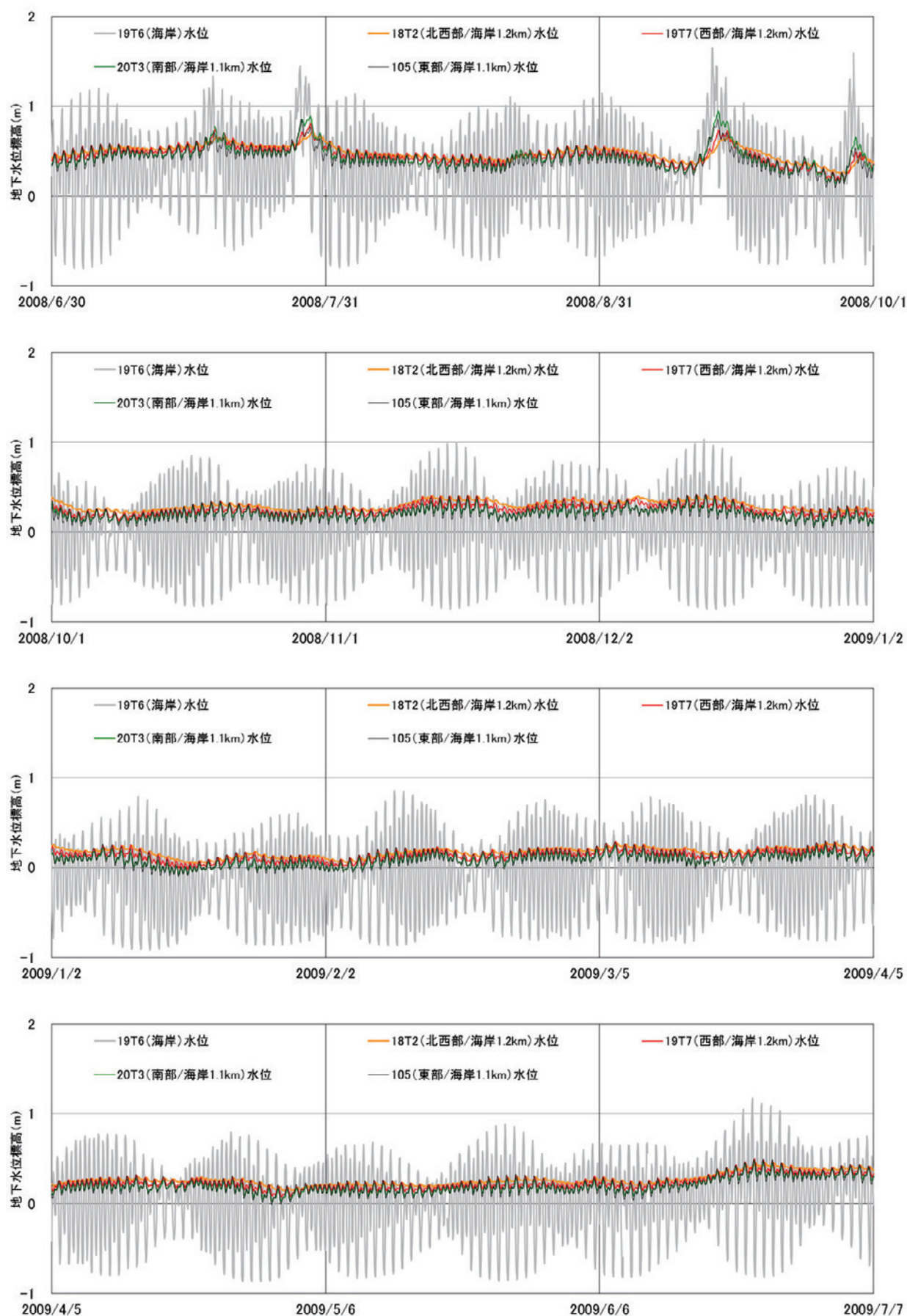


Fig. 5 調和解析対象の地下水位観測データ (2008年7月1日～2009年7月4日)
Groundwater level monitoring data used in harmonic analyses in this study (July 1st, 2008 to July 4th, 2009)

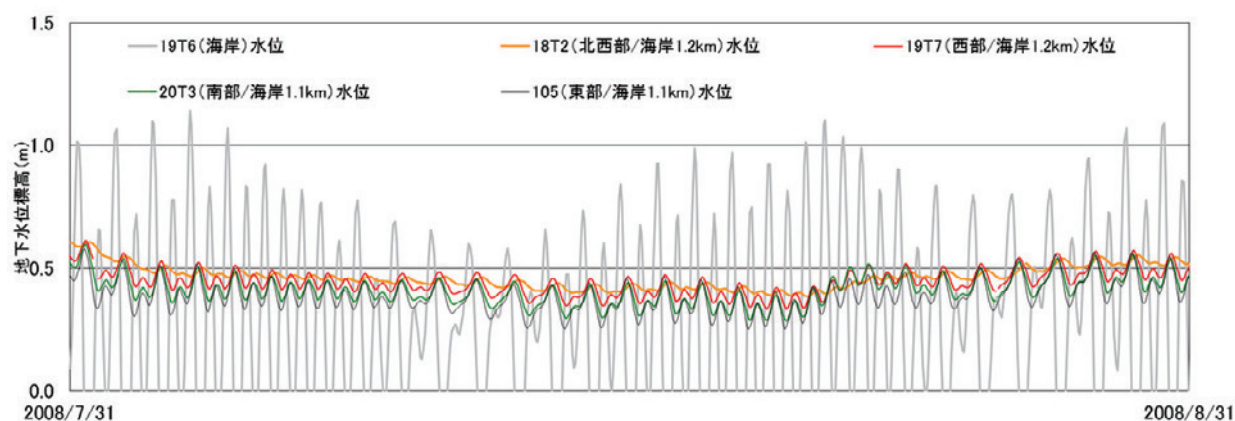


Fig. 6 調和解析対象の地下水位観測データ (Fig. 5 の一部拡大)

Groundwater level monitoring data used in harmonic analyses in this study (a part of Fig. 5 on larger scale)

Table 4 5 地点の観測水位からの主要 4 分潮の調和解析結果
Major four tidal components as results of harmonic analyses of groundwater level monitoring data obtained from five observation sites in Tarama Island

		M_2	S_2	K_1	O_1
19T6 (海岸)	振 幅	0.4649m	0.1954m	0.1916m	0.1736m
	初期位相	303.6°	210.8°	53.5°	108.0°
18T2	振 幅 (減衰比)	0.0056m (1.21%)	0.0025m (1.28%)	0.0079m (4.13%)	0.0085m (4.91%)
	初期位相 (位相遅れ)	83.1° (220.5°)	345.5° (225.3°)	237.6° (175.9°)	292.5° (175.6°)
19T7	振 幅 (減衰比)	0.0244m (5.26%)	0.0087m (4.48%)	0.0227m (11.86%)	0.0217m (12.48%)
	初期位相 (位相遅れ)	156.8° (146.8°)	60.1° (150.7°)	296.6° (116.8°)	350.5° (117.5°)
20T3	振 幅 (減衰比)	0.0297m (6.39%)	0.0108m (5.52%)	0.0272m (14.19%)	0.0261m (15.05%)
	初期位相 (位相遅れ)	160.2° (143.4°)	58.5° (152.3°)	299.7° (113.8°)	356.3° (111.8°)
105	振 幅 (減衰比)	0.0444m (9.55%)	0.0165m (8.43%)	0.0383m (19.97%)	0.0356m (20.48%)
	初期位相 (位相遅れ)	178.7° (124.9°)	78.8° (132.0°)	318.7° (94.8°)	13.2° (94.9°)

※初期位相：調和解析の時刻原点である2008/7/1 0:00における正弦波式での位相

※減衰比および位相遅れ：19T6に対して

Table 5 算出された水頭拡散率
Calculated hydraulic diffusivities

対象観測孔	島内位置		水頭拡散率 (m^2/s)				8つの値 の平均値	8つの値の 標準偏差 (相対標準偏差)
			M_2	S_2	K_1	O_1		
18T2／19T6	北西側	減衰比による	5.2	5.5	5.2	5.4	5.7	0.7 (12.3%)
		時間遅れによる	6.8	6.8	5.6	5.2		
19T7／19T6	西側	減衰比による	12.1	11.2	11.9	11.6	12.9	1.8 (14.2%)
		時間遅れによる	15.9	15.6	13.1	12.0		
20T3／19T6	南側	減衰比による	9.8	9.2	10.1	10.0	10.2	0.9 (8.6%)
		時間遅れによる	11.9	10.9	9.8	9.4		
105／19T6	東側	減衰比による	14.0	13.1	15.5	14.8	14.6	1.0 (7.1%)
		時間遅れによる	16.3	15.1	14.7	13.6		

V 結 言

本研究では、沖縄県多良間島を対象として、潮位の周期変動の伝播の影響を受ける淡水レンズ帯水層の水位観測データに、フーリエ級数展開を応用した主要 4 分潮の調和解析手法と不圧地下水の水位変動の式を適用することで、重要な帯水層定数である水頭拡散率を推定できることを明らかにした。

この手法では、試行錯誤的な計算を必要とせず、一般的な表計算ソフト上で三角関数等の単純な計算によって水頭拡散率が算出できる。

海岸からの距離が異なる 2 地点における約 1 年間の連続水位観測データを必要とするが、逆に 2 地点の水位観測データさえあれば地点間の平均的な帯水層定数が推定されるため、帯水層水理性状の広域的な概況把握に適している。また地域内に多数の観測地点があれば、帯水層水理性状の平面的な不均質が把握できる。

今後、多良間島でこれまで観測が少ない北部海岸近くを含め島内に観測地点が増えれば、色々な地点の組合せに適用して島内の帯水層の水理性状の不均質を明らかにできるものと考えられる。

謝辞：本研究の一部は、農林水産省委託プロジェクト研究「極端現象の増加に係る農業水資源、土地資源及び森林の脆弱性の影響評価」（課題番号 91150）の支援を受けて実施した。沖縄総合事務局農林水産部 藤元栄一氏、同土地改良総合事務所 仲間雄一氏、白石晋氏および祖父江久徳氏（当時）には、現地調査や観測データ提供のほかあらゆる面で協力をいただいた。現地調査においては、多良間村役場をはじめとする地元の方々にも協力をいただいた。記して関係各位に感謝の意を表する。

付録 1 フーリエ係数の式の導出

本文中の式(2)～(4)の導出過程を示す。

一般に、周期 t_0 の任意の周期関数 $f(t)$ は、数学的に次のような形に書き表すことができる (Feynman et al., 2013)。

$$\begin{aligned} f(t) = & a_0 \\ & + a_1 \cos \omega t & + b_1 \sin \omega t \\ & + a_2 \cos 2\omega t & + b_2 \sin 2\omega t \\ & + a_3 \cos 3\omega t & + b_3 \sin 3\omega t \\ & + \cdots & + \cdots \\ & + a_n \cos n\omega t & + b_n \sin n\omega t \\ & + \cdots & + \cdots \end{aligned} \quad (\text{なお } \omega = 2\pi/t_0) \quad (\text{A1})$$

式(A1)の右边を $f(t)$ に対するフーリエ級数あるいはフーリエ級数展開といい、定数の列 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots, b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ をフーリエ係数という。また t_0 は基本周期と呼ばれる。

ここで、 $f(t)$ が連続的に与えられたとき、フーリエ係数 (各 a_n および b_n) は、以下のように比較的容易に求めることができる。

非周期成分 (定数) a_0 は次のようにして求められる。式(A1)の両辺の基本周期 t_0 に亘る平均値をとれば、右边の余弦関数および正

弦関数の平均は全て零となるから、左右辺を入れ替えれば次のようになる。

$$a_0 = \overline{f(t)} \quad (\text{A2})$$

(上線は平均を表す、以下同じ)

$a_1, a_2, a_3, \dots$ は、次のように求められる。例えば a_3 を求めるためには、式(A1)の両辺に $\cos 3\omega t$ を掛けて

$$\begin{aligned} f(t) \cdot \cos 3\omega t = & a_0 \cdot \cos 3\omega t \\ & + a_1 \cos \omega t \cdot \cos 3\omega t & + b_1 \sin \omega t \cdot \cos 3\omega t \\ & + a_2 \cos 2\omega t \cdot \cos 3\omega t & + b_2 \sin 2\omega t \cdot \cos 3\omega t \\ & + a_3 \cos 3\omega t \cdot \cos 3\omega t & + b_3 \sin 3\omega t \cdot \cos 3\omega t \\ & + \cdots & + \cdots \\ & + a_n \cos n\omega t \cdot \cos 3\omega t & + b_n \sin n\omega t \cdot \cos 3\omega t \\ & + \cdots & + \cdots \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

とし、この両辺の基本周期 t_0 に亘る平均をとる。

右边第 1 項の t_0 に亘る平均は、 $\cos 3\omega t$ の周期 ($t_0/3$) の 3 倍の区間に亘る平均となるから、零である。

$$\overline{a_0 \cdot \cos 3\omega t} = a_0 \cdot 0 = 0 \quad (\text{A4})$$

式(A3)の右边第 2 項は、三角関数の積和の公式から

$$a_1 \cos \omega t \cdot \cos 3\omega t = \frac{1}{2} a_1 \cos (4\omega t) + \frac{1}{2} a_1 \cos (-2\omega t) \quad (\text{A5})$$

であり、式(A5)の右边についても、周期 t_0 に亘る平均は、2 つの余弦関数の周期の整数倍に亘る平均の和であるから、零である。

$$\overline{\frac{1}{2} a_1 \cos (4\omega t) + \frac{1}{2} a_1 \cos (-2\omega t)} = 0 \quad (\text{A6})$$

式(A3)の右边第 3 項は、三角関数の積和の公式から

$$b_1 \sin \omega t \cdot \cos 3\omega t = \frac{1}{2} b_1 \sin (4\omega t) + \frac{1}{2} b_1 \sin (-2\omega t) \quad (\text{A7})$$

であり、この右边についても、周期 t_0 に亘る平均は、2 つの正弦関数の周期の整数倍に亘る平均の和であるから、零である。

同じようにして、式(A3)の右边のほぼ全ての項の平均値は零になり、唯一零にならないのは

$$\begin{aligned} \overline{a_3 \cos 3\omega t \cdot \cos 3\omega t} &= \overline{\frac{1}{2} a_3 \cos (6\omega t) + \frac{1}{2} a_3 \cos (0)} \\ &= \frac{a_3}{2} \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

である。よって、式(A3)の両辺の周期 t_0 に亘る平均をとると結局

$$\overline{f(t) \cdot \cos 3\omega t} = \frac{a_3}{2} \quad (\text{A9})$$

となり、左右辺を入れ替えて

$$a_3 = 2 \overline{f(t) \cdot \cos 3\omega t} \quad (A10)$$

となる。以上のようにして a_3 が求められた。同様の方法で全ての a_n を求めることができる。

各 b_n についても、式(A1)の両辺に $\sin n\omega t$ を掛けて両辺の t_0 に亘る平均値をとることで同様に得られる。

まとめると、周期関数 $f(t)$ (周期= t_0) は、次の形に書き表すことができる。

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \frac{2\pi}{t_0} t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n \frac{2\pi}{t_0} t \quad (A11)$$

但し n は整数であって、

$$a_0 = \overline{f(t)} \quad (A12)$$

$$a_n = 2 \overline{f(t) \cdot \cos n \frac{2\pi}{t_0} t} \quad (A13)$$

$$b_n = 2 \overline{f(t) \cdot \sin n \frac{2\pi}{t_0} t} \quad (A14)$$

以上のようにして各 a_n および b_n の式が導出され、本文の式(1)～(4)が得られる。

付録2 分潮抽出計算の表計算ソフト上の具体的入力例

本研究の手法により分潮を抽出するための表計算ソフト上の数式等の具体的な入力方法を、Microsoft Excel 2010 (OS は Windows7) を用いた場合の例を示すことで説明する。

Fig. A1 に、ワークシート上に計算式を入力して主要4分潮の振幅と初期位相を計算した状況を示す。

①時系列観測データの入力

A 列と B 列に、ワークシート先頭行から数行以上空けて（下図では5行空けて第6行以下に）、水位の1時間ごと8856時間の時系列観測データを入力する（下図の場合、最終行は第8861行となる）。多くの自記水位計では、付属するアプリケーションソフト等

によって、下図と同じようにスプレッドシートの下方向かって時間が経過する配列の連続観測データを CSV 形式ファイルで出力できるので、その場合は Excel で開いてコピー・ペーストにより写してくればよい。なお下図の A 列は、元データとの対応が分かるようにするために観測日時を入力するもので、以下の分潮抽出計算には用いない。B 列が、本文の式(1)～(4)（付録1の式(A11)～(A14)）の $f(t)$ である。

②時刻「t」の連続入力

時系列観測データの先頭と同じ行の C 列に「0」を入力し、下方向かって1行につき1ずつ増やして「8855」までを入力する（下図の場合セル範囲 C6:C8861 に入力）。これが本文の式(1)～(4)（付録1の式(A11)～(A14)）の t である。

③時間平均する元のデータの入力

D 列より右列で1分潮につき2列を用いて、本文の式(3)および式(4)（式(A13)および式(A14)）で時間平均を行って a_n と b_n を計算するための元となる、各 t における $f(t)$ と三角関数の積を計算する。

下図内 D 列に入力されている M_2 分潮の a_n の元となる式は、式(3)（式(A13)）右辺の平均記号を除いた式で $n=713$ 、 $t_0=8856$ として得られ、具体的には Excel の関数を用いて次のように入力する：

（下図内セル D6） =2*B6*COS(713*2*PI()/8856*C6)

また E 列に入力されている M_2 分潮の b_n の元となる式は、式(4)（式(A14)）右辺の平均記号を除いた式で $n=713$ 、 $t_0=8856$ として、具体的には

（下図内セル E6） =2*B6*SIN(713*2*PI()/8856*C6)

のように入力する。

同様に S_2 分潮 ($n=738$)、 K_1 分潮 ($n=370$)、 O_1 分潮 ($n=343$) について、F 列から K 列まで次のように入力する。

（下図内セル F6） =2*B6*COS(738*2*PI()/8856*C6)

（下図内セル G6） =2*B6*SIN(738*2*PI()/8856*C6)

（下図内セル H6） =2*B6*COS(370*2*PI()/8856*C6)

（下図内セル I6） =2*B6*SIN(370*2*PI()/8856*C6)

（下図内セル J6） =2*B6*COS(343*2*PI()/8856*C6)

（下図内セル K6） =2*B6*SIN(343*2*PI()/8856*C6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				M2:主太陽半日周潮	S2:主太陽半日周潮	K1:日月合成日周潮	O1:主太陽日周潮						
2				a _{M2} =	b _{M2} =	a _{S2} =	b _{S2} =	a _{K1} =	b _{K1} =	a _{O1} =	b _{O1} =		
3				0.006	0.001	-0.001	0.002	-0.007	-0.004	-0.008	0.003		
4		f(t) ↓ t ↓		83.1	83.1	-14.5	14.5	-57.6	122.4	-67.5	67.5		
5		↓観測データのコピー(2列) ↓		0.006	83.1	0.002	345.5	0.008	237.6	0.009	292.5		
6	2008/07/01 00:00:00	0.436	0	0.872	0.000	0.872	0.000	0.872	0.000	0.872	0.000		
7	2008/07/01 01:00:00	0.437	1	0.785	0.424	0.757	0.437	0.844	0.227	0.848	0.211		
8	2008/07/01 02:00:00	0.436	2	0.463	0.739	0.436	0.755	0.755	0.437	0.771	0.408		
9	2008/07/01 03:00:00	0.435	3	0.046	0.869	0.000	0.870	0.614	0.616	0.648	0.580		
10	2008/07/01 04:00:00	0.437	4	-0.382	0.786	-0.437	0.757	0.435	0.758	0.492	0.723		
11	2008/07/01 05:00:00	0.439	5	-0.719	0.505	-0.760	0.439	0.224	0.849	0.304	0.824		
12	2008/07/01 06:00:00	0.442	6	-0.879	0.094	-0.884	0.000	-0.004	0.884	0.098	0.879		
13	2008/07/01 07:00:00	0.447	7	-0.824	-0.348	-0.774	-0.447	-0.236	0.862	-0.118	0.886		
14	2008/07/01 08:00:00	0.453	8	-0.559	-0.713	-0.453	-0.785	-0.457	0.782	-0.333	0.843		
15	2008/07/01 09:00:00	0.459	9	-0.146	-0.906	0.000	-0.918	-0.853	0.645	-0.533	0.747		
16	2008/07/01 10:00:00	0.466	10	0.316	-0.877	0.466	-0.807	-0.810	0.460	-0.708	0.606		
17	2008/07/01 11:00:00	0.473	11	0.712	-0.623	0.819	-0.473	-0.916	0.238	-0.846	0.424		
18	2008/07/01 12:00:00	0.478	12	0.934	-0.202	0.956	0.000	-0.956	-0.008	-0.933	0.210		
19	2008/07/01 13:00:00	0.481	13	0.921	0.278	0.833	0.481	-0.927	-0.258	-0.962	-0.021		
20	2008/07/01 14:00:00	0.479	14	0.668	0.886	0.479	0.830	-0.825	-0.487	-0.924	-0.251		
21	2008/07/01 15:00:00	0.475	15	0.250	0.917	0.000	0.950	-0.685	-0.679	-0.830	-0.463		
22	2008/07/01 16:00:00	0.471	16	-0.224	0.915	-0.471	0.816	-0.462	-0.821	-0.688	-0.644		
23	2008/07/01 17:00:00	0.465	17	-0.631	0.683	-0.805	0.465	-0.230	-0.901	-0.506	-0.780		
24	2008/07/01 18:00:00	0.459	18	-0.872	0.288	-0.918	0.000	0.012	-0.918	-0.299	-0.868		
25	2008/07/01 19:00:00	0.453	19	-0.890	-0.168	-0.785	-0.453	0.246	-0.872	-0.080	-0.902		
26	2008/07/01 20:00:00	0.451	20	-0.694	-0.576	-0.451	-0.781	0.462	-0.775	0.139	-0.891		
27	2008/07/01 21:00:00	0.446	21	-0.325	-0.831	0.000	-0.892	0.840	-0.621	0.346	-0.822		
28	2008/07/01 22:00:00	0.445	22	0.118	-0.882	0.445	-0.771	0.778	-0.433	0.532	-0.713		
29	2008/07/01 23:00:00	0.447	23	0.533	-0.717	0.774	-0.447	0.867	-0.217	0.692	-0.566		

Fig. A1 調和解析用表計算シートの例

Example of spreadsheet for harmonic analysis method used in this study

以上のように時系列データ先頭と同じ行 (C 列が「0」である行) の D 列から K 列に入力した式を, 時系列データ末尾と同じ行 (上図の場合第 8861 行) までコピーする。次でここで入力した各列 8856 セルの平均をとることにより, 本文の式(3)および式(4) (式(A13)および式(A14)) に従って各分潮の a_n と b_n が計算される。

④時間平均による各分潮の a_n と b_n の計算

観測データを入力する際に空けておいたワークシート先頭数行のうちの 1 行 (上図では第 3 行) に, 上記の 8856 セルを平均する式を入力する。具体的には, 例えばセル D3 に次のように入力する:

(上図内セル D3) =AVERAGE(D6:D8861)

E 列から K 列までも同様に入力する:

(上図内セル E3) =AVERAGE(E6:E8861)

(上図内セル F3) =AVERAGE(F6:F8861)

(上図内セル G3) =AVERAGE(G6:G8861)

(上図内セル H3) =AVERAGE(H6:H8861)

(上図内セル I3) =AVERAGE(I6:I8861)

(上図内セル J3) =AVERAGE(J6:J8861)

(上図内セル K3) =AVERAGE(K6:K8861)

これらにより M_2 分潮の a_n , M_2 分潮の b_n , S_2 分潮の a_n , ..., O_2 分潮の b_n がそれぞれ計算される。

⑤各分潮の振幅と初期位相の計算

各分潮の振幅は, 本文の式(7)により, a_n と b_n の二乗和の正の平方根として求められる。その 4 分潮についての計算式を適当なセル (上図ではセル D5/F5/H5/J5) に入力する。例えば上図の場合 M_2 分潮の振幅は, 次のように入力して求められる。他の分潮も同様である。

(上図内セル D5) =SQRT(D3^2+E3^2)

各分潮の初期位相は, 本文の式(8)と式(9)から逆正弦関数と逆余弦関数の計算により求める。これら関数は単独では $0^\circ \sim 360^\circ$ の範囲で二価関数となるため, 2 つの計算結果を組み合わせる場合分けを用いて位相を計算する。上図の場合は途中の計算を行う作業セルを第 4 行に設けて計算するのとあわせ, 同じ作業セルで角度の単位を度に変換している。具体的には, 例えば M_2 分潮について上図の場合次のように入力してセル E5 で初期位相を求める。他の分潮も同様である。

(上図内セル D4) =DEGREES(ASIN(D3/D5))

(上図内セル E4) =DEGREES(ACOS(E3/D5))

(上図内セル E5) =IF(D4<0,360-E4,E4)

なおここで初期位相とは, 各分潮を本文の式(6)左辺の形の正弦関数の式で表したときの式中の角度 ϕ であり, $t = 0$ に対応した観測時刻 (上図の場合は 2008 年 7 月 1 日 0:00) における位相である。

以上のようにして, 上図の例ではセル D5~セル K5 の 8 セルに, 4 分潮の振幅と初期位相が計算される。一度このようなシートを作っておけば, 別の地点についても 8856 時間の水位観測データを A 列および B 列 (上図内セル範囲 A6:B8861) にコピーしてくるだけで 4 分潮の振幅/初期位相が簡単に計算できる。

参考文献

- 愛知正温・塩莉恵・徳永朋祥 (2011): 地下水面の潮汐応答に関する解析解の導出と伊豆諸島新島における原位置水理特性評価, 地下水学会誌, 53(3), 249-265
- Anthony, S.S. (1996): Hydrogeology and ground-water resources of

Pingelap Island, Pingelap Atoll, State of Pohnpei, Federated States of Micronesia, U.S. Geological Survey Water-Resources Investigations Report 92-4005

Cant, R.V. and Weech, P.S. (1986): A review of the factors affecting the development of Ghyben-Hertzberg lenses in the Bahamas, *Journal of Hydrology*, **84**, 333-343

近森邦英・上森千秋・松田誠祐 (1972): 海岸付近帯水層の透水量係数の推定について, 農業土木学会論文集, 42, 13-20

Feynman, R.P., Leighton, R.B. and Sands, M. (2013): The Feynman Lectures on Physics, Volume I, 50-2 The Fourier series, http://www.feynmanlectures.info/docroot/I_50.html#Ch50-S2 (確認日: 2013/12/5)

石田聡・吉本周平・小林勤・幸田和久・土原健雄・万福裕造 (2010): マーシャル諸島共和国マジュロ環礁における地下水の塩水化について, 地盤工学会誌, 58(5), 22-25

石田聡・土原健雄・吉本周平・皆川裕樹・増本隆夫・今泉眞之 (2011): 沖縄県多良間島における淡水レンズ賦存量の推定, 農業農村工学会論文集, 79(3), 7-18

磯崎義正 (1970): 宮古島の地下水, 応用地質, 11, 12-25

岸智・浜谷直史・長田実也・原郁男・楠本岳志 (1998): 沖縄県津堅島における集水井を利用した淡水レンズからの地下水開発, 応用地質, 39(3), 298-305

気象庁 (2013a): 分潮一覧表 石垣, <http://www.data.kishou.go.jp/db/tide/suisan/harms60.php?stn=IS&year=2011&tyear=2011> (確認日: 2013/12/3)

気象庁 (2013b): 分潮一覧表 石垣, <http://www.data.kishou.go.jp/db/tide/suisan/harms60.php?stn=IS&year=2011&tyear=2012> (確認日: 2013/12/3)

気象庁 (2013c): 分潮一覧表 石垣, <http://www.data.kishou.go.jp/db/tide/suisan/harms60.php?stn=IS&year=2011&tyear=2013> (確認日: 2013/12/3)

気象庁 (2013d): 分潮一覧表 石垣, <http://www.data.kishou.go.jp/db/tide/suisan/harms60.php?stn=IS&year=2011&tyear=2014> (確認日: 2013/12/3)

緑資源機構 (2006): 地下ダムによる水資源開発の手引き, 476p

森 一司・高橋朋佑・岡庭信幸・柴崎直明・大内拓哉 (2012): 2011 年東北地方太平洋沖地震による仙台平野南部地域での地下水環境変化について, 地下水学会誌, 54(1), 11-23

長田実也・古川博恭・富田友幸・座波吉実 (1988): 沖縄・多良間島の淡水レンズー琉球石灰岩の透水性について, 日本地質学会学術大会講演要旨, 95, 420

仲間雄一 (2013): 多良間地区における水源開発の概要, 農村振興, 767, 32-33

農林水産省 (2009): 農業用地下水開発の手引き, 249p

沖縄総合事務局農林水産部 (1981): 農業用地下水調査沖縄県水理地質報告書その 1, 357

沖縄総合事務局農林水産部 (1983): 沖縄県の水文地質図, 78

沖縄県企画部統計課 (2013): 平成 25 年沖縄県勢要覧

大我晴敏・古川博恭・小倉乙郎・西田民雄 (1974): 沖縄県多良間島の地下水, 日本地質学会学術大会講演要旨, 81, 368

佐藤邦明・岩佐義男 (2002): 地下水理学, 123-125, 丸善, 東京

白旗克志・長田実也 (2009): 淡水レンズからの水源開発を目指してー多良間島における調査一, 地盤工学会誌, 57(9), 42

白旗克志 (2010): 地下水電気伝導度測定による淡水レンズの水収支分析, 水土の知, 78(6), 514-515

- 祖父江久徳（2008）：多良間地区における集水井揚水試験について，
農業農村工学会九州支部講演会，89，2-5
- Vacher, H.L. (1978) : Hydrogeology of Bermuda—Significance of an
across-the-island variation in permeability, *Journal of Hydrology*, **39**,
207-226
- 山田茂昭・與那原信夫・祖父江久徳（2009）：多良間島の第四系琉
球層群と水理地質的特徴，日本地質学会学術大会講演要旨，116，
83
- 山田茂昭・中谷仁・白石晋（2012）：淡水レンズ地域の取水に伴う
諸現象～沖縄県多良間島を例として～，日本地下水学会 2012 年
春季講演会講演要旨，132-137
- 山本莊毅（1983）：新版地下水調査法，490p，古今書院，東京

受理年月日 平成 2 5 年 1 2 月 9 日

New Simple Method for Estimating Hydraulic Properties of a Freshwater-Lens Aquifer by Analysis of Tidal Groundwater Fluctuations

SHIRAHATA Katsushi*, ISHIDA Satoshi*, YOSHIMOTO Shuhei* and TSUCHIHARA Takeo*

* Water Resources Engineering, Renewable Resources Engineering Research Division

Summary

A new simple analytical method using a harmonic-analysis technique and a tidal propagation formula was applied to estimate the hydraulic properties of a freshwater-lens aquifer on Tarama Island, where the development of the freshwater lens has been expected for many years. For about one year, data on the tidal fluctuations in groundwater-levels were obtained simultaneously from several observation borehole sites on Tarama Island, and then applied to the harmonic analyses. The harmonic-analysis technique used in this study, an application of the Fourier series expansion method, is composed of fundamental calculations of trigonometric functions and time-dimension averages. The sets of harmonic constant outputs from two observation sites that differed in distances to the coastline were then used in the tidal propagation formula of an unconfined aquifer to determine the hydraulic diffusivity, an important hydraulic parameter for planning groundwater development.

The estimated hydraulic diffusivities of aquifers in northwestern, western, southern and eastern parts of the island ranged from 6 to 15m²/s, which is consistent with previously reported hydraulic parameters. The inequality relation between the estimated hydraulic diffusivities of the northwestern and eastern parts of the aquifer is also consistent with the previous study.

Key words : Freshwater lens, Unconfined aquifer, Groundwater level, Auto-recording continuous measurement, Harmonic analysis, Tide propagation, Hydraulic diffusivity