

数値標高モデルを用いた流出の場としての斜面の 平均勾配計測方法の考察

堀川直紀* 吉田武郎* 工藤亮治* 皆川裕樹* 名和規夫*

*水利工学研究領域水文水利担当

キーワード：斜面の平均勾配，交点法（ホートン法），谷線法，キネマティックウェーブ法（等価粗度法），
流出解析，表面流出，数値標高モデル（DEM），数値地形モデル（DTM），分布型流出モデル

I 緒言

キネマティックウェーブ法は流出解析モデルの一つである。これは係数分布型の流出解析モデルであり、地形や土地利用等の流域の情報を用いてモデル化を行うことができる。この方法においては、流域は斜面と河道から構成される。斜面部分ではマニング式等が用いられるときには、土地利用等から推定する等価粗度と地形図を用いて測定される斜面勾配によってモデルが構築される。

この方法は、流域の情報を利用する必要があるため、比較的面積の小さな流域への適用が主であったが、最近は大きな流域に適用されるようになってきた。これを可能としたのが国土数値情報等のデジタルデータの整備である。数値地図の整備は土地利用面積や標高等のような以前は地形図からしか得られなかった情報の広域における利用を可能とした。キネマティックウェーブ法の広域への適用においては、地形図ではなくこれらのデジタルデータから必要な要素（等価粗度，斜面勾配，河道勾配等）を求めることが多くなっている。

このうち、斜面勾配はデジタルデータのうち数値標高モデル（DEM：Digital Elevation Model）等から求められる。しかし、キネマティックウェーブ法およびそれを含む分布型流出解析モデルによって採用される斜面勾配の計測方法は多岐にわたっており多様である。流域のモデルの策定において斜面勾配が十分注意を払われているとはいえない状況であり、キネマティックウェーブ法の確立において用いられてきた斜面勾配とDEM等から求めた斜面勾配の同質性は必ずしも確認が行われていない。これまでのキネマティックウェーブ法およびこれに関連する流出解析において得られてきた多くの知見を担保するには、DEM等によって得られる斜面勾配がこれまで用いられてきた斜面勾配と等質であることが必要である。また、流出解析モデルが土砂流出等斜面勾配との関係が強い現象と結びつけられる機会は多くなっており、この面からも斜面勾配の検討は重要であると考えられる。

本報告では、地形図を平均斜面の計測方法として用いられてきた交点法に基づいて、DEM等を用いた計測方法を提

案し、この過程で従来のキネマティックウェーブ法で用いられてきた平均斜面と整合性を維持するための留意点を考察する。

II 斜面勾配とキネマティックウェーブ法

2.1 斜面の平均勾配の計測

斜面の傾きは勾配もしくは傾斜角度として表記される。斜面の平均勾配および平均傾斜角度についてはこれまで多くの計測方法が提案されている。

2.1.1 地形図を用いた計測方法

地形図を用いた斜面の平均勾配の計測方法としては、谷線法，交点法（ホートン法），寺田法等がある。計測方法によって得られる値が異なる。

①谷線法

谷線法は、キネマティックウェーブ法に用いる斜面の平均勾配を求めるときに広く使われている方法である。まず、河道を定めて河道上に一定間隔で測点を定める。左右それぞれの斜面方向にある測点近くの谷に沿って当該河道が支配する斜面の流域界まで雨水の流線（谷線）を設定する。この谷線において、流線の勾配を計測する。この谷線の勾配を求める方法はいくつかあるが全長全高度差比（流線の両端の標高差 h を流線の長さ l で除した値）が簡便であるので用いられることが多い。区切られた河道において得た勾配を流線の長さで加重平均した値を斜面の平均勾配とすることが適切であるとされている。流線の勾配を全長全高度差比としたときは加重平均勾配 s は式(1)で与えられる。

$$s = \frac{\sum h}{\sum l} \quad (1)$$

②交点法

交点法（Horton, 1932）はホートン法ともよばれ、地形図上に適当な等間隔の縦横線を引き格子を作り、その格子線と等高線との交点総数 N を数えて平均勾配を測定する方法である。ほかの方法と比較して計測が容易でありまた機械的であるので、広い範囲の平均斜面を求めるときに用いられる。格子線上における隣接する等高線の距離を l 、これと等高線が交わる角を α で表せば、この2つの等高線間の法

線距離は $l \sin \alpha$ である(Fig.1)。これを全交点数(N)において平均すれば、それが等高線の平均距離 d である。

$$d = \frac{1}{N} \sum l \sin \alpha \quad (2)$$

N が十分大きく α の値は 0 度から 90 度までの間をランダムにとると仮定すると $\sin \alpha$ の期待値は $2/\pi$ となる。平均勾配は等高線高度間隔(D)を平均距離で除して得られるから、平均勾配 s は、式(3)で推定される。

$$s = \frac{D}{d} = \frac{\pi}{2} \frac{ND}{\sum l} \quad (3)$$

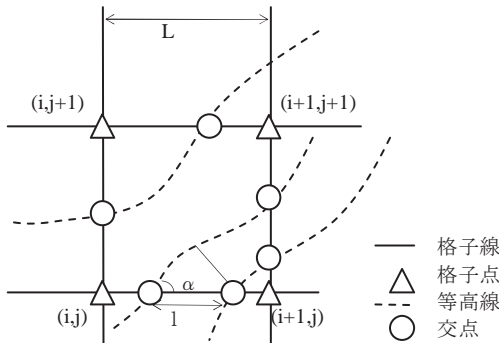


Fig.1 交点法

Intersection line method (Horton method)

③寺田法

寺田法(寺田,1930)は地形図に方眼を設定してその交点を中心に円を描き、その円内に含まれる等高線を数えて、次式で傾斜角 θ を求める方法である。この方法は、キネマティックウェーブ法における斜面勾配の測定には用いられることは少ないが、地すべりや水質の検討、傾斜区分の作成等広い分野で用いられている。また、その計測方法の特徴の検討も行われている。寺田法において平均傾斜角度(θ)は式(4)で与えられる。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{D}{RN} \right) \quad (4)$$

ここで、 D : 等高線の高度間隔、 R : 円の半径、 N : 円に含まれる等高線の本数

④その他の方法

傾斜角をそれぞれ方眼の交点を挟む複数の等高線の最短距離から求める松井法、方眼に含まれる等高線の本数から求める方眼法、等高線長さを計測して求める等高線延長法、等高線間の平均距離を計測して求める等高線面積法等の方法がある。

2.1.2 DEM等を用いた計測方法

斜面の勾配はこれまで、地形図に書かれた等高線(標高)から求められていた。地図情報のデジタル化において、標高は数値標高モデル(DEM: Digital Elevation Model)もしくは数値地形モデル(DTM: Digital Terrain Model)として扱われる。DEM等は、平面を格子(四角形の集合)もしくはTIN(Triangulated Irregular Network: 三角形の集合)で表し、それぞれの点における標高を提供するものである。

DEMはDTMより広い分野において、それぞれの分野で異なった用語として使われている。例えば、DEMはDTMと同じく植生を取り除いた地表面を対象とする表現とされる場合もあり、また、植生上端を標高とする表現とされる場合もある。本報告が扱う範囲ではDEMの持つ意味の多様性は重要ではなく、DEMはより広く使われていることから、DEMとDTMをまとめてDEM等と呼ぶこととする。

DEM等を利用して最急勾配(S_s)は一般的に式(5)の様に表される。

$$s_s = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial y} \right)^2} \quad (5)$$

ここで、 $\partial Z / \partial x$ はX軸方向の傾き、 $\partial Z / \partial y$ はY軸方向の傾きである。この最急勾配を一定範囲で平均して斜面の平均勾配が与えられる。

DEM等は平面的に離散した点の値を標高として与える。最急勾配を離散値から算定する方法としては、隣接する2点から求める方法、三角形の3点から求める方法、一つの格子の4(2×2)点から求める方法、田型格子の9(3×3)点から求める方法等がある。これらの方法には、メッシュ法(文献調査委員会,1972)や画像処理分野で用いられるオペレータ等が含まれる。また、周波数領域表現し、代表斜面長や平均斜面勾配を求める試みも行われている。

なお、斜面勾配と相関が高いことが示されている起伏量(ある範囲内の最高点と最低点の標高の差)は、地形図からの読み取りが簡易であることから、最長河川長で除して起伏比(起伏量比)が平均勾配として扱われてきた。DEM等を用いる場合においても、起伏量が平均勾配の指標として用いられることがある。

2.2 平均勾配計測における課題

まず、キネマティックウェーブ法の概要及び最近の適用状況を確認して、この流出解析法において必要な平均勾配計測方法の課題を明らかにする。

2.2.1 キネマティックウェーブ法の概要

流出解析モデルのうち、水の流れを基礎式に基づいて解析する水理学的なモデルは雨水流法と呼ばれている。雨水流法は、現象の物理性を考慮したモデルと見なすことができる。雨水流法には、低平地においてはダイナミックウェーブを前提とする低平地タンクモデル等がある。斜面勾配が比較的急であるときには摩擦勾配を斜面勾配と等しいと見なし、下流側の条件が上流側に及ばないとするキネマティックウェーブを前提とするモデルが構築されている。その代表的な流出解析モデルがキネマティックウェーブ法(末石(1955), Iwagaki(1955))である。

キネマティックウェーブ法は、等価粗度法とも呼ばれ、その適用手法や適用対象によっては表面流出法、中間流出法または特性曲線法とよばれることがある。この流出解析モデルは、流域を複数の河道とそれに隣接する矩形斜面から構成されるものと見なし、この上を雨水がキネマティックウェーブ流れで斜面流および河道流として流下するとし

て流出量を計算する。斜面流と河道流はそれぞれ運動方程式と連続式によって式(6)～式(9)の通り記述される。

(斜面流)

$$h = kq^p \quad (6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_E \quad (7)$$

ここで、 h は斜面水深、 q は斜面単位幅流量、 r_E は有効降雨強度、 k, p は斜面流定数、 t は時間、 x は距離である。

(河道流)

$$A = KQ^P \quad (8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_E \quad (9)$$

ここで、 A は河道流水断面積、 Q は河道流量、 q_E は河道単位長さ流入量（斜面末端の単位幅流量）、 K, P は河道流定数である。

河道流の定数は河道の縦横断面等から推定する。斜面流において運動方程式は表面流においては Manning 形式もしくは層流形式、中間流においてはダルシー形式等が用いられる。 $p=3/5$ の Manning 形式が採用されるとき、斜面流定数 k は式(10)で与えられる。

$$k = (N / \sqrt{s})^p \quad (10)$$

ここで、 N は等価粗度、 s は斜面勾配である。等価粗度は斜面の土地利用に応じた値が求められている。このため、キネマティックウェーブ法は計算流量が合うように定数を決めることもあるが、流域の情報（土地利用および斜面勾配）からのみモデル化することができる。このため、溜池小流域等の流量観測値が欠落した流域や農地造成等改変される流域における将来流出特性の変化予測等に用いられてきた。

一般に、キネマティックウェーブ法の適用においては本来複雑な流域は単純化して扱われる。単純化すると斜面長は長くなり、河道は短くなる。一方で、等価粗度は斜面長によって異なることが示されている（角屋ら、1978）ので、適用における流域の単純化とこのとき用いる等価粗度が求められたときの流域の単純化は一致していなければならない。このとき、流域の単純化の程度は平均斜面長もしくは河道と見なす河川の次数等によって表される。

なお、地表流や中間流にキネマティックウェーブ流れを想定したモデル化は数多く行われており、これらは広くキネマティックウェーブ法もしくはキネマティックウェーブモデルと呼ばれる。しかし、斜面の捉え方がモデルによって異なるため、斜面勾配の検討を主題とする本報告においては、このうち矩形斜面と河道から構成されるモデルに限って「キネマティックウェーブ法」と呼び他の方法と区別する。

2.2.2 キネマティックウェーブ法の最近の適用

キネマティックウェーブ法の様な係数分布型の流出解析モデルは流域の情報を必要とすることから比較的小さな流

域に適用されてきた。この流出解析モデルに必要な平均勾配は地形図から上述の方法、特に谷線法及び交点法を用いて計測されてきた。

一方、大流域においては、過去の観測流量を再現できるように流域において定められた一組の係数を有する集中型の流出解析モデルがその適用の容易性から用いられてきた。最近では、大流域においても降水や流出特性の空間的分布特性を反映するために、流域を分割してそれぞれの細分流域でのモデル化し、それらを併せて流域の流出を解析する試みが行われるようになった。細分流域のモデル化には集中型の流出解析モデルが用いられることもあるが、最近では地表面、地下水帯、その中間の土壌帯等の様に層状に分割してそれぞれに物理性を考慮したモデルを用いられることが多い。

この様な流域を平面的に分割して流出解析を行うモデル（いわゆる分布型流出解析モデル）は数多く提案されている。キネマティックウェーブ法は表面流出および中間流出において物理的に水の流下を追跡することを試みた流出解析方法である。このため、流域を分割した多くの分布型流出解析モデルの地表面や中間流が発生する土層のモデルに採用されている。

キネマティックウェーブ法は大きな流域に適用されるようになってきた。これを可能としたのが国土数値情報等のデジタルデータの整備である。数値地図の整備は土地利用面積や標高等のような以前は地形図からしか得られなかった情報を広域において利用を可能とした。キネマティックウェーブ法の広域への適用においては、地形図ではなくこれらのデジタルデータから必要な要素（等価粗度、斜面の平均勾配、河道勾配等）を求めていることが多くなっている。

キネマティックウェーブ法において DEM 等を用いた斜面の平均勾配を用いた事例はいくつか見られる。しかし、斜面の平均勾配の計算方法についてはあまり重要視されておらず、計測方法が示されていない文献も多い。その中で DEM 等を用いた斜面の平均勾配の計算方法を提案した事例としては以下に示す報告がある。

東(2006)は、DEM を用いて谷線法を流域に適用することを試みた。面積 310km² の流域を対象とし、河道を 25,000 分の 1 の地形図から特定し、斜面勾配を 250m メッシュ数値標高データから求めた擬河道網をもとに支流流域分割を行った。その上で、支流流域における斜面勾配を擬河道網を用いて谷線法で求めた。佐藤ら(2009)は、分布型流域環境評価モデルの適用において、3 次の標準メッシュを一つの支流流域とする流域分割を行った。つまり、1km 四方のメッシュを長さ 1km の 1 本の河道とその両側の矩形斜面（幅 1km、斜面長 500m）から構成されるものとした。斜面では河道の落水方向に対して直角に水が流れると仮定して、落水方向と直角方向（斜面方向）の最高標高と最低標高から最急勾配を DEM 等の解像度(50m)単位で算出し、その平均値で斜面の平均勾配とした。吉田ら(2012)は、同様に 3 次標準メッシュを一つの支流流域とする流域分割を行い、そのメッシ

メッシュ内の標高 (解像度 50m) の標準偏差をとり、その 2 倍の値を斜面長 (この場合は 500m) で除してこれを、平均斜面勾配とした。

上記の方法はいずれも流域分割において勾配及び斜面長が一樣である斜面を持つ矩形の支流域を採用したが、流域を勾配及び斜面長とも一樣でない不定形の支流域に分割してキネマティックウェーブ流れで流れを追跡する研究も見られる。市川ら(2001)は流域を斜面素片のつながりとしてモデル化し、斜面勾配は斜面素片の上下流端 (隣接する 2 点) から計算している。この方法は OhyMoS (水文モデル構築システム: Object-oriented Hydrological Modeling System) 上で構築されている多くの流出解析モデルに用いられている。石塚ら(2008)は起伏比に相当する値 (起伏量をメッシュ幅で除した値) を平均勾配としている。これらの流出解析モデルでは狭義のキネマティックウェーブ法と斜面の扱い方が異なることに注意が必要である。

2.2.3 平均勾配計測方法における課題

キネマティックウェーブ法の確立過程においては計測された斜面の平均勾配を前提として、多くの検討が行われ、適用方法が確立されてきた。

例えば、キネマティック法に用いられる斜面の等価粗度は、これまで土地利用毎に目安となる値が計測されている。キネマティック法を用いて流出解析を行う場合には、斜面の土地利用を特定し、これから適用する等価粗度を決定する。これらの等価粗度の計測値は、実験水路において得られたこともあるが、その多くは 1960 年代から 70 年代にかけて実際の斜面における流出量の観測およびそのときの斜面長、斜面の平均勾配から計算により得られている。

斜面の平均勾配は計測方法によっても異なってくるので、これらの蓄積された知見を継承するには、これまで使われてきた平均勾配と等質のものを今後も用いていく必要がある。しかし、DEM 等を用いた斜面勾配の計測方法の多くは、これまで用いてきた方法との整合性が必ずしも確認されていない。このため、従来の方法と整合性を持った斜面の平均勾配を DEM 等から計測する方法が求められている。

III 平均勾配計測方法とその評価方法

3.1 平均勾配計測方法の提案

従来から用いられていた地形図上で勾配や傾斜角を求める方法の多くを DEM 等を用いた方法に適用するには工夫が必要である。但し、これらの方法のうち交点法は広域の平均勾配を機械的に求めることを目的に提案されたものであることから、比較的数値地形モデルを利用することが容易である。また、キネマティックウェーブ法の斜面勾配を計測法として谷線法とともに用いることとされてきた (角屋, 1980)。このため、本報告では地形図を用いていた交点法に基づいて数値地形モデルを用いる計測方法を検討することを試みる。

対象範囲において間隔 (解像度) L の正方形格子で与えら

れた DEM 等の標高値を X 軸方向 i ($1 \sim I$)、 Y 軸方向 j ($1 \sim J$) の番号を用いて h_{ij} とする (Fig.1)。この対象範囲の平均勾配 s を次の手順で求めることとする。

手順 1: 適当な等高線間隔 D を決め、すべての標高値 h_{ij} を D で除して小数点以下を切り捨てた整数値 h'_{ij} を得る。

手順 2: X 方向または Y 方向に隣接する 2 点がいずれも陸域にあり標高値を持つ場合はこの組み合わせは有効と見なし、2 つの整数値の差の絶対値を交点法において隣接する格子点を結ぶ格子線が等高線と交わる交点数とする。例えば、Fig.1 において点 (i,j) と点 $(i+1,j)$ の標高がそれぞれ 325m、295m で等高線高度間隔が 20m であるならば、この 2 点を結ぶ格子線上にある交点数は 2 と求められる。

手順 3: この各格子線における交点数を対象範囲で合計した値を総交点数 N とする。

$$N = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J-1} |h'_{i,j} - h'_{i,j+1}| + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I-1} |h'_{i,j} - h'_{i+1,j}| \quad (11)$$

手順 4: 有効な組み合わせ数 n に格子間隔 L を乗じた値は交点法における隣接する等高線の間隔の合計 ΣL と見なされるので、これと総交点数 N から交点法に基づき次式で平均勾配を算出する。

$$s = \frac{\pi ND}{2 nL} \quad (12)$$

交点法においては格子点上に交点为重なるとき (格子点を等高線が横切るとき) の交点の数え方に注意が必要である。対象範囲の内側の格子点上に交点为重なるときには、 X 方向および Y 方向の両方向について計上する必要があるため交点が 2 個あると見なし、上述した計算方法においても同様に計上される。一方、交点法においては対象範囲外枠の格子点上に交点为重なるときは交点を 1.5 個と見積もるのが適当であるが、上述した計算方法では 1 個と過少に見積もる場合と 2 個と過大に見積もる場合が生じるが、これは相殺されるものとする。

地形図から読み解くときの交点法と、上述した数値地形モデルを用いた計測方法で取扱が大きく異なる場合は、隣接する交点を結ぶ格子線に同じ等高線が 2 回以上横切るときに生じる。ここに示した方法では、このときの交点の数は 0 個 (偶数回横切の場合) または 1 個 (奇数回横切の場合) として計上される。格子に対して谷または尾根が Fig.2(a) の様に入り込んでいる場合がこれに当たる。但し、同じ規模の谷または尾根がある場合でも Fig.2(b) の様に入り込んでいる場合は、地形図による場合においても提案した方法においても同じ平均勾配を得る。DEM を使って格子 4 点から求める方法の多くではこの谷の横断方向の勾配は検出できない。なお、一つの格子に閉じた等高線が生じた時 (Fig.2(c)) では、地形図で計測する場合、提案した方法とともに交点法ではその勾配を検出しない。

以上の理由から等高線の形状によっては地形図から算出される平均勾配と比較して、提案した方法で算出される平均勾配は相対的に小さくなる。なお、DEM を使って格子 4

点から求める方法の多くではさらに得られる平均勾配は小さくなる。

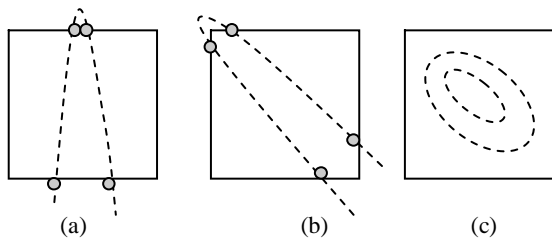


Fig.2 等高線と格子
Contour line and grid

実線：格子線，点線：等高線，点：交点

3.2 格子間隔と等高線高度間隔

提案した平均勾配計測方法は、2つの係数を含む。一つは格子間隔 (L) であり、もう一つは等高線高度間隔 (D) である。これらの係数は、本来の交点法に用いられているほか、寺田法等の他の傾斜や勾配の計測方法にも用いられている。これらの係数の影響は計測方法によってその特性は異なるが、いずれの計測方法においてもそれぞれの係数にどのような値を用いれば良いのかを明確に示した例は少ない。

大村ら(1976)は、寺田法において等高線高度間隔に関係の深い縮尺および格子間隔が計測される平均傾斜との関係を検討し、小縮尺(等高線間隔が大きい)と平均傾斜が小さく見積もられること、地形が複雑な場合は等高線の本数に応じて格子を小さくすべきこととした。また、角屋・福島(1980)は等高線延長法において等高線高度間隔を変えて平均勾配を算出し、高度間隔が50mでは値が小さく計測されることがあることを示した。

交点法においては、等高線高度間隔10mで格子間隔100m程度を用いて適用した事例が見られる(藤田(1976)、田中・鈴木(2007))が、格子間隔を粕谷(1976)のように2kmとした事例もある。吉越(1976)は淀川流域を対象に格子間隔4kmを用いて支川流域毎に平均勾配を求めたが、大きな差異が出なかった、つまり支川流域毎の特性を表現できなかったとしている。

DEMによる斜面勾配の計測においては標高値の精度や格子間隔によって値が変化することが指摘されている。例えば、岩橋(1994)は国内4ヶ所の山地で格子間隔を変えて傾斜を測定し、格子間隔が小さいほど計測された傾斜が急であることを示した。

これらの値の違いは、誤差またはばらつきによるものと扱われることが多い。しかし、地表面は様々なスケールの斜面が複合して形成されており、異なる格子間隔によって得られた値は、それぞれ異なるスケールの斜面の勾配を表していると考えられる。一方、キネマティックウェーブ法の適用においては複雑な地表面を単純化することによるモデルの集中化が行われる。このとき流出解析モデルで用いられる斜面勾配は、単純化された地表面の斜面勾配でな

ればならない。

このような単純化された斜面の平均勾配の計測に必要な等高線高度間隔や格子間隔の値は知られていない。このため、本報告ではキネマティックウェーブ法のモデル化において用いられてきた平均勾配と同質の値を与えることができる等高線高度間隔と格子間隔を提案した計測方法において明らかにする。なお、ここで得られた知見は提案した計測方法だけではなく、他のDEM等を用いた斜面勾配法においても利用が可能である。

3.3 評価方法

提案した平均勾配計測方法の特性および適合性を評価するために、検討対象地区を定めてこれを適用する。適用においては、係数である格子間隔および等高線高度間隔を変化させ、それが計測される平均勾配への影響を明らかにする。また、適合性を検討するために、検討対象地区内の複数の地点で、従来用いられてきた平均勾配計測方法を適用し、それと比較する。

検討対象範囲は標準地域メッシュの第1次メッシュ5640とする。これは、20万分の1地勢図福島にほぼ相当し、東部には阿武隈山地、中央部には郡山盆地等、北西部には奥羽山脈が含まれている。

DEM等は1m単位で地点標高が与えられている数値地図(50mメッシュ標高データ)を用いる。なお、隣接する地点標高間の距離は一律50mと見なす。

キネマティックウェーブ法は河道とそれに隣接する斜面を構成要素(支流域)とする。この最も小さい構成要素の大きさに関して、小尻ら(1998)は、河川次数3以上河川がメッシュ内に1本出現するのは1kmメッシュであるとしている。このため、斜面の平均勾配を求める一つの支流域は、緯度差は30秒、経度差は45秒で、1辺の長さは約1kmである第3次メッシュとする。検討対象範囲には6400の第3次メッシュがあるが、このうち水面等に該当する190メッシュを除く6210メッシュを検討対象支流域とした。

キネマティックウェーブ法における平均勾配の計測においては、これまで谷線法が用いられた例が多い。また、谷線法の適用においては、「河道」が定義されれば、他の方法の適用において決定が必要な格子間隔や等高線高度間隔、縮尺等の概念を必要としない。このため、提案する平均勾配計測法の結果を評価する計測法として谷線法を採用する。

IV 結果

4.1 格子間隔と斜面勾配

格子間隔と斜面勾配の計測値の関係を明らかにするために、提案した計測方法を用いて等高線高度間隔を1mに固定し、格子間隔を50m, 100m, 150m, 200m, 250mと変えて、メッシュの斜面平均勾配を計測した。検討対象全メッシュ(6210メッシュ)における斜面平均勾配の平均値をFig.3に示す。

斜面勾配の計測値は格子間隔が大きくなるにつれて小さ

くなる。これは、格子間隔が大きいと、それより小さな谷筋や尾根筋の勾配を計測できないことによると考えられる。格子間隔 50m の計測値を 1 としたときの格子間隔 100m の計測値は 0.67, 同じく 150m で 0.53, 200m で 0.45, 250m で 0.40 である。なお、等高線高度間隔を 5m および 20m と固定して同様の方法で得た計測値においても、この比率はほとんど変化しなかった。

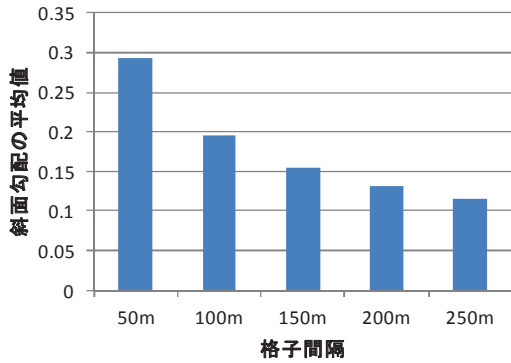


Fig.3 格子間隔と斜面勾配の平均値
Grid interval and average of the mean slope

4.2 等高線高度間隔と斜面勾配

等高線高度間隔と斜面勾配の関係を明らかにするために、提案した計測方法を用いて、格子間隔を 50m を固定し、等高線高度間隔を 1m, 2m, 5m, 10m, 20m, 50m と変化させて、メッシュの斜面平均勾配を計測した。検討対象全メッシュの斜面平均勾配の平均値を Fig.4 に示す。

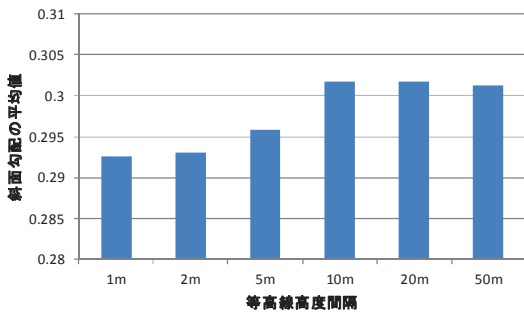


Fig.4 等高線高度間隔と斜面勾配の平均値
Contour interval and average of the mean slope

斜面平均勾配の検討対象メッシュにおける平均値は、等高線高度間隔 1m で最少、10m で最大であり、後者の値は前者の値の 1.031 倍であった。等高線高度間隔が斜面の平均勾配の計測値に与える影響は比較的小さいと言える。なお、勾配が小さいメッシュほどこの傾向は強い。

次に、検討対象メッシュにおける斜面平均勾配の変動(偏差二乗和)を Fig.5 に示す。等高線高度間隔が 50m の場合の変動は他と比較して大きい。また、等高線高度間隔 20m による平均値は 10m による平均値とほぼ等しいにもかかわ

らず、変動は大きい。真の値もしくは計測の偏りが明らかでないため、変動を直接計測のばらつきとは見なせないが、おおむね等高線高度間隔を 20m 以上とすることは推定のばらつきを大きくする傾向があるといえる。

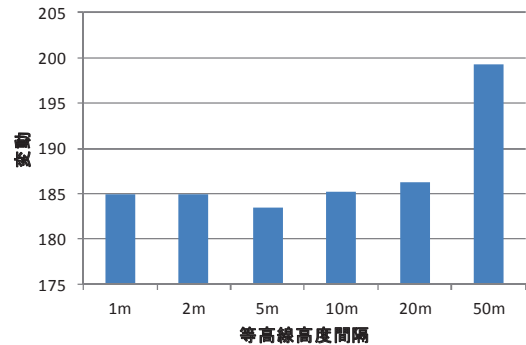


Fig.5 等高線高度間隔と斜面勾配の変動
Contour interval and average of the sum of squares

4.3 谷線法による計測値との比較

検討対象メッシュのうち、斜面の平均勾配がおおむね 0.1 以上となる 10 の標本メッシュを選定し、谷線法で平均勾配を計測し、これを提案した計測方法による計測値と比較する。メッシュの選定は格子間隔 50m—等高線高度間隔 1m による平均勾配の値が 0.1 以上のメッシュを平均勾配の大きさにより 10 に組み分けし、それぞれの組から一つのメッシュを定めることによって行った。

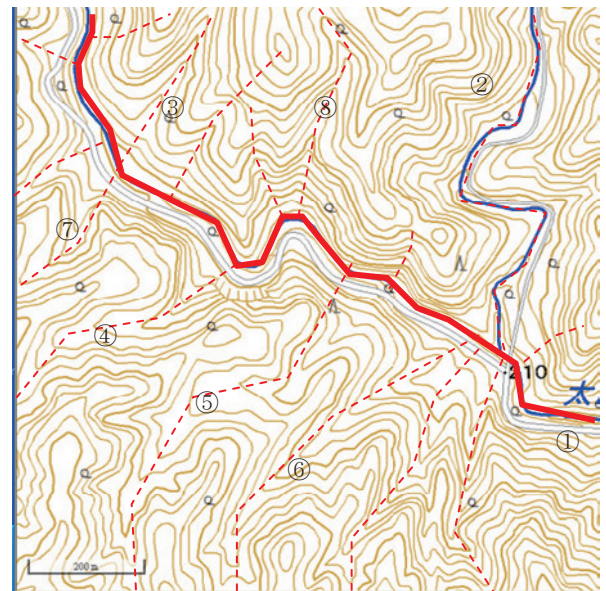


Fig.6 谷線法による勾配計測
Arrangement of valley lines

注) 実線は河道, 点線は谷線。標本メッシュ 8

谷線法による計測においては、2 万 5 千分の 1 の地形図を用いた。河道は標本メッシュに原則 1 本とし、測点間隔は約 200m, 用いる高度差は全高度差, 平均勾配は斜面長に

よる重み付き平均とした。谷線の配置の一例を Fig.6 に示す。この標本メッシュには 2 万 5 千分の 1 の地形図上の河川が 2 本あるが、このうち主河川（図中番号①）を河道とし、他方（図中番号②）は谷線のうちのひとつとした。

谷線法による計測結果（平均勾配および平均斜面長）を標本メッシュの情報とともに Table 1 に示す。

Table 1 谷線法による勾配計測
Measurement of slope on valley line method

標本番号	対象メッシュ		計測結果	
	メッシュ番号	地形図名	平均斜面長(m)	平均勾配
1	12-72	磐梯熱海	631.2	0.07
2	47-68	磐城鹿島	263.8	0.09
3	06-61	上川内	443.4	0.14
4	25-74	上移	377.9	0.18
5	44-72	月舘	329.8	0.21
6	24-38	岩代小浜	398.9	0.23
7	17-11	浪江	398.2	0.28
8	26-99	下津島	451.1	0.33
9	50-26	白布温泉	658.3	0.45
10	37-70	原町	505.5	0.59

注)メッシュ番号は、第2次メッシュ番号-第3次メッシュ番号。第1次メッシュはいずれも 5640。地形図名は第2次メッシュに相当する 2 万 5 千分の 1 地形図名

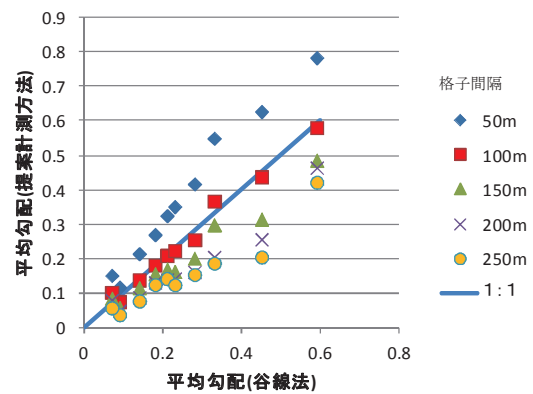
1km 四方である第 3 次メッシュを矩形斜面と中央配置した河道の組み合わせとしてモデル化するときには、長さ 1km の河道とその両側の斜面（幅 1km 斜面長 500m）として単純化を想定するが、実際には斜面長はそれぞれのメッシュである程度ばらつきを持っており、平均斜面勾配長も必ずしも 500m に一致していない。

標本メッシュにおける提案した計測法による平均勾配と谷線法により計測した平均勾配を比較して Fig.7 に示す。なお、Table1 において標本番号は谷線法による平均勾配の値の順序としているので、Fig.7 に示されている一連の値は左から標本メッシュ 1、標本メッシュ 2・・・の計測値である。

ここでは、等高線高度間隔 1m による計測値と等高線高度間隔 20m による計測値を示したが、傾向はいずれも同じである。提案方法による計測値はすべての格子間隔の場合においておおむね谷線法による計測値と比例している。また、谷線法による値と比較して、格子間隔 50m による値はおおむね過大、格子間隔 150m 以上による値は過少である。格子間隔 100m の値はおおむね勾配 1 の直線上に配置されている。このため、交点法に基づいた平均勾配計測方法においては、1km メッシュを河道-矩形斜面の組み合わせと見なすときの平均勾配の計測においては、格子間隔を 100m とすることが適切であると考えられる。

標本メッシュにおいて提案した計測法により求めた計測値と谷線法により求めた計測値での残差二乗和を、係数である等高線高度間隔（1m, 2m, 5m, 10m, 20m, 50m）と格子間隔（50m, 100m, 150m, 200m, 250m）のすべての組み合わせについて Table 2 に示す。

(a)等高線高度間隔 1m



(b)等高線高度間隔 20m

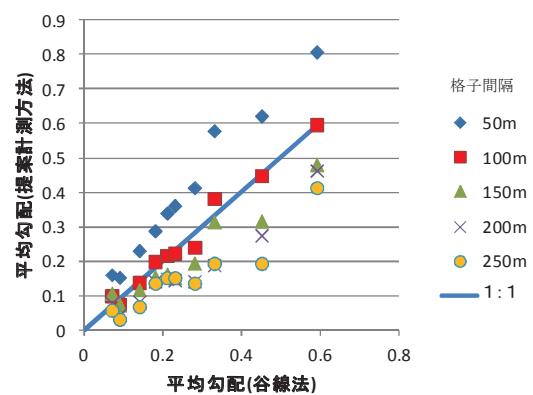


Fig.7 提案した計測方法と谷線法による平均勾配の比較
Mean slope obtained two methods

Table 2 残差二乗和
Sum of square deviation and coefficients

	格子間隔	格子間隔				
		50m	100m	150m	200m	250m
等高線高度間隔	1m	0.1846	0.0035	0.0452	0.1030	0.1512
	2m	0.1862	0.0037	0.0451	0.1028	0.1510
	5m	0.1934	0.0035	0.0428	0.1012	0.1494
	10m	0.2185	0.0051	0.0417	0.0988	0.1467
	20m	0.2236	0.0059	0.0483	0.1039	0.1562
	50m	0.2694	0.0169	0.0501	0.1106	0.1883

格子間隔を 100m としたときの残差二乗和はいずれの等高線高度間隔の場合でも他の格子間隔による値より小さい。等高線高度間隔が小さいと残差二乗和は小さくなりここには示していないが相関係数も大きくなるが、等高線高度間隔が 5m より下回ると残差二乗和はあまり変わらない。

V 考察

5.1 斜面長と格子間隔

上記の様に概ね格子間隔を 100m による値が谷線法の値

との差が小さくなるとしたが、標本メッシュによってはかならずしもそうではない。標本メッシュ 1 は格子間隔 200m の値が適切であり、標本メッシュ 2 では格子間隔 50m (等高線高度間隔 1m の場合) が適切な値である。標本メッシュ 1 も標本メッシュ 2 も平均勾配が小さい (谷線法計測値でそれぞれ 0.07, 0.09) ことが原因である可能性があるが、格子間隔 200m の値が適合する標本メッシュ 1 の平均斜面長は 631.2m と長く、格子間隔 50m の値が適合する標本メッシュ 2 の平均斜面長は 263.8m と短いことは、平均斜面長と格子間隔の関係を示唆すると考えられる。平均斜面長が 658.3m と最も長い標本メッシュ 9 は格子間隔 100m の値が適合するので、この結果だけでは平均斜面長と格子間隔の関係があるとは言えない。そこで、ある範囲で平均斜面長が変化したときの影響を検討することとする。

検討対象とするのは標本メッシュ 8 である (Fig.6)。ここでは地形図上に河川は 2 本あるが、河道 1 本として平均斜面長と平均勾配を計算した。この標本メッシュを対象として河道を増やして平均斜面長と平均勾配を求める。河道は当初谷線と定義されていた流路を斜面勾配が小さい順に河道として採用する。採用された順は Fig.6 上で○囲み番号で示している。追加された河道ではそれぞれ谷線を同様の方法で発生させ (煩雑になるため追加河道の谷線は図中には示さない)、平均斜面長と平均勾配を計算し、その結果を Table 3 に示す。平均勾配は平均斜面長が短くなるにつれて大きくなっている。すなわち、キネマティックウェーブ法の適用において流域の単純化の度合いが高くなるほど、平均勾配は小さくなる。

Table 3 河道数と平均勾配

The number of rivers and the mean slope

河道数	平均斜面長(m)	平均勾配
1	451.1	0.33
2	347.5	0.41
3	339.6	0.44
4	316.4	0.47
5	250.1	0.49
6	217.2	0.52
7	215.4	0.53
8	186.7	0.56

平均斜面長と平均勾配の関係を Fig.8 に示す。黒実線は 8 つの計測値に対する回帰線である。青実線はこの標本メッシュにおける格子間隔 50m による平均勾配の計測値 0.55 と同じく格子間隔 100m による値 0.37 を示す (いずれも用いた等高線高度間隔は 1m)。これらの値が回帰線と交わるときの斜面長を求めるとそれぞれ 191.1m, 416.1m である。このことから、この標準メッシュにおいては格子間隔 50m による計測値は平均斜面長 191.1m の平均勾配に相当し、格子間隔 100m による計測値は平均斜面長 416.1m の平均勾配に相当すると考えられる。平均斜面長の格子間隔に対する比をとると、それぞれ 3.8, 4.2 である。

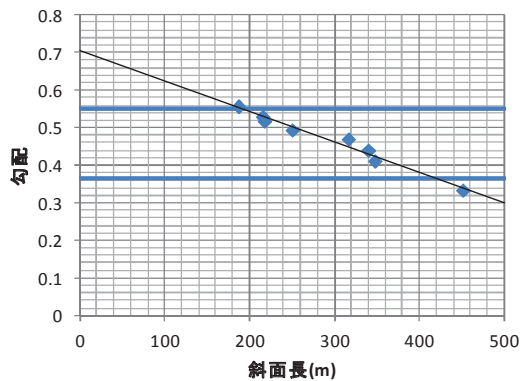


Fig.8 平均斜面長と平均勾配

The mean slope and its length

流域には様々な長さや方向の斜面が複雑に入り組んでいる。提案した平均勾配の計測手法においては、格子間隔のおおむね 4 倍の長さの斜面の平均勾配を計測していると思えることができると考えられる。検討対象範囲に限られており (第 1 次メッシュ 5640), 対応する斜面長も 200~500m に限られているが、この範囲では同様のことが他の方法、例えば地形図から読み解く本来の交点法やメッシュ法の適用にもあてはまると考えられる。但し、本来の交点法による平均勾配は提案した方法による値より少し大きくなることから、適切な斜面長/格子間隔はここに示した値より少し小さくなると考えられる。また、メッシュの 4 点の値から勾配を求めるメッシュ法には、いくつかの種類があるが交点法や提案した手法より平均勾配が少し小さくなると考えられるので、適切な斜面長/格子間隔はここに示した値より少し大きくなると考えられる。

5.2 平均勾配の比較

国土数値情報は、第 3 次メッシュ毎に最大傾斜角度、最小傾斜角度、平均傾斜角度を提供している。これらは、当該第 3 次メッシュに含まれる第 5 次メッシュにおいて、隣接する 2 点から傾斜角度を求め、それぞれ、最大値、最小値、平均値を示したものである。メッシュの標高値利用の容易さからこの傾斜角度がいろいろな分野で用いられている。

これらの傾斜角度から得られた勾配と提案した勾配計測方法を用いて得た勾配を比較する。検討範囲である第 1 次メッシュ 5640 において国土数値情報は 6203 の第 3 次メッシュの傾斜角度を求めているので、これらのメッシュにおいて比較する。なお、平均勾配は等高線高度間隔 1m-格子間隔 100m により算出した値を比較の対象とした。

相関係数および比較対象メッシュの平均値を Table 4 に示す。また、最大傾斜角度から得た勾配と算出した平均勾配を比較して Fig.9 に示す。

提案した斜面の平均勾配計測方法を国土数値情報の値と比較すると平均傾斜角度より傾きは大きく最大傾斜角度とほぼ同じ傾きとなっている。また、勾配が緩やかなメッシ

ユでの傾きが大きい。なお、平均傾斜角度は格子間隔 250m で求めた平均勾配とほぼ同じ傾きであるが、相関係数は 0.84 と格子間隔 100m の値とあまり変化しない。

Table 4 3次メッシュの平均勾配の比較

Various mean slopes of grid square		
	平均勾配の 平均値	相関係数
提案計測方法	0.195	—
平均傾斜角度 (勾配表記)	0.121	0.85
最大傾斜角度 (勾配表記)	0.208	0.84
標準偏差による 方法	0.154	0.88

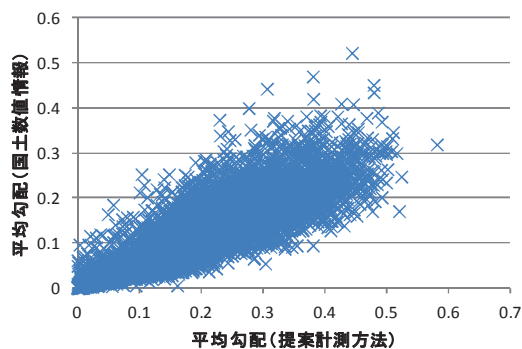


Fig.9 3次メッシュの平均勾配
Comparison of mean slopes obtained two methods

吉田ら(2012)が用いた標準偏差から平均勾配を求める方法との比較も併せて Table 4 に示す。提案した計測方法の値より小さいが相関係数は国土数値情報の値より高い本提案方法と相対的に適合性は高いと言える。

VI 結 言

キネマティックウェーブ法の適用において用いられる平均勾配の計測では、2つの要素に留意する必要がある。一つは計測の対象斜面である。キネマティックウェーブ法のモデル化においては、様々なスケールの斜面から構成されている複雑な流域を単純化して扱う。単純化の程度、言い換えれば対象斜面によって斜面平均勾配の値は異なる。

留意すべきもう一つの要素は計測方法である。観測流量データを用いないキネマティックウェーブ法のモデル化においては、係数の一つである等価粗度の値は土地利用毎に示された標準値等が用いられる。等価粗度の標準値は、流量データが得られた流域においてハイドログラフと斜面平均勾配等から算出されている。計測方法によって得られる値は異なるので、適用流域における斜面勾配の計測方法は、等価粗度の標準値を算出したときに用いた計測方法と同じ値を算出できることが必要である。流出解析においては斜面勾配の計測方法として谷線法が広く用いられてきた。広

域における平均斜面を求めるには数値標高モデル (DEM) 等を用いるのが容易であり、それに対応した多くの計測方法が提示されているが、従来の谷線法との整合性について確認されていない。

本報告では、地形図上で用いられてきた交点法を数値標高モデル (DEM) 等に適用する手順を提案した。このとき、計測方法において用いられる格子間隔および等高線高度間隔の適切な値を推定するために、これらの値を変えて平均勾配を求め、谷線法による計測値と比較し、検討対象範囲 (福島周辺) において次の結果を得た。

1) 流域を 1km メッシュの支流域に分割し、それぞれの支流域を 1km の長さの河道とその両側の一樣勾配を持つ矩形斜面 (斜面幅 1km、斜面長 500m) から構成されると単純化したときには、提案した計測方法において 100m の格子間隔、言い換えれば 100m 解像度の DEM 等を用いると、谷線法によって得られる計測値に近い値が得られる。

2) 単純化の程度に応じて、提案した計測方法において用いるべき格子間隔は異なる。単純化の程度を斜面長で表すと、適切な格子間隔 (DEM 等の解像度) はおおむね斜面長の 1/4 程度である (斜面長が 200m~500m の場合)。なお、提案した計測方法は本来の交点法より勾配を小さく見積もるため、地形図を用いた交点法における適切な格子間隔は、上記の値より少し大きくなる。

3) 交点法に基づいて提案した計測方法においては、等高線高度間隔、言い換えれば DEM 等の標高測定単位は 10m を越えないことが望ましいが、それより小さくしても顕著な精度向上は確認されない。

ここで示された斜面長格子間隔比は、キネマティックウェーブ流れを想定する流出解析モデルにおける斜面勾配を DEM 等を用いて得るときに必要な解像度等を定めるときに参考となる。しかし、検討対象範囲が一部に限られていることから、この関係が成立する範囲を特定する必要がある。また、今回は交点法に基づいて提案した計測方法のみを評価対象としたが、他の DEM 等を用いる方法およびその改良を含めて、平均勾配計測方法を策定していくことが望まれる。

参考文献

- 文献調査委員会 (1972) : 地形の計量化, 土木学会誌, 57(8),61-70
 藤田崇・平野昌繁・波田繁熙 (1976) : 徳島県川井近傍の地すべりの地質構造規制, 地すべり, 13(1),25-36
 東博紀 (2006) : 平成 16 年 7 月新潟・福島および福井災害における豪雨・洪水氾濫特性, 防災科学技術研究所主要災害調査, 40,79-92
 Horton,R.E. (1932) : Drainage basin characteristics, *Transactions, American Geophysical Union*, 13(1),350-361
 市川温・村上将道・立川康人・椎葉充晴 (2001) : 流域値系の新たな数値表現形式に基づく流域流出系シミュレーションシステムの開発, 土木学会論文集, 691,II-57,43-52
 石塚正秀・江仲伸之(2008) : 農業用水取水ルールを考慮した分布型水文流出モデルによる紀の川流出解析, 水工学論文集,

52,391-396

Iwagaki, Y., (1955). Fundamental Studies on the Runoff Analysis by Characteristics. *Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University*, 5(10) 1-25.

岩橋純子 (1994) : 数値地形モデルを用いた地形分類手法の開発, 京都大学防災研究所年報, 37,B-1,141-156

角屋睦 (1979) : 流出解析法 (その1) 1. 雨水流出現象とその計測・解析, 農業土木学会誌, 47(10),811-821

角屋睦 (1980) : 流出解析法 (その6) 3. 雨水流法—表面流出モデルによる洪水流出解析, 農業土木学会誌, 48(6),419-425

角屋睦・福島晟 (1974) : 山地の地形こう配測定法に関する一考察, 農業土木学会大会講演会要旨集, 114-115

角屋睦・福島晟 (1978) : 丘陵山地モデルと洪水流出モデル, 京都大学防災研究所年報, 21B2,219-233

粕谷健二・平野昌繁・横山康二・奥田節夫 (1976) : 山腹崩壊と地形特性に関して—昭和50年台風による高知県下の山腹崩壊を対象として, 京都大学防災研究所年報, 19B,371-383

小尻利治・東海明宏・木内陽一 (1998) : シミュレーションモデルでの流域環境評価手順の開発, 京都大学防災研究所年報, 41B2,119-134

大村寛・高橋敏男 (1976) : 地形解析による山崩れの研究 (I) — 斜面の傾斜と山崩れの関係, 新砂防, 99,5-13

佐藤嘉展・森 英祐・浜口俊雄・田中賢治・小尻利治・中北英一 (2009) : 気候変動に対する先行適応のための流域スケールでの洪水および渇水リスク評価, 京都大学防災研究所年報, 52B,573-586

末石富太郎 (1955) : 特性曲線法による出水解析について—雨水の流出現象に関する水理学的研究 (第2法) —, 土木学会論文集, 29,74-87

田中基樹・鈴木啓助 (2007) : 山岳地の渓流水質形成に及ぼす流域平均傾斜の影響, 日本水文学会誌, 37(3),115-121

寺田寅彦 (1930) : 地形図に於ける傾斜勾配分布の統計的研究方法に就いて, 地理学評論, 6(7), 653-661

吉田武郎・増本隆夫・工藤亮治・谷口智之・堀川直紀 (2012) : 広域水田灌漑地区の用水配分・管理モデルの実装による流域水循環のモデル化, 農業農村工学会論文集, 277, 9-19

吉越昭久 (1976) : 淀川流域の水収支, 奈良大学紀要, 5,244-263

受理年月日 平成25年11月6日

Study of the Mean Areal Slope Measurement Method for Runoff Analysis Using a Digital Elevation Model

HORIKAWA Naoki*, YOSHIDA Takeo*, KUDO Ryoji*, MINAKAWA Hiroki* and NAWA Norio*

Hydraulic Engineering Research Division, Hydrology and Water Resources Management*

Summary

The kinematic wave model is a runoff models which can be constructed with geometrical factors. The mean slope is a coefficient of kinematic wave model and is measured by various methods. In this study, the intersection line method is modified so as to use the digital elevation model(DEM) and this modified method is examined as follows.

- 1) When a basin is divided by sub-basins which consist of one river channel of 1 km length and two rectangle slopes (uniform slope, 1km width, 500m length), the suitable grid interval of DEM used by the modified method is 100 m.
- 2) The excessive dense grid interval may overestimate the mean slope. The suitable grid interval is about 1/4 of slope length for the extended intersection line method. This value should be small for the original intersection method.
- 3) It is desirable not to exceed 10 m as a contour interval advanced interval. The suitable grid interval is referred to when the kinematic wave model is constructed using a digital elevation model.

Key words : Mean slope of the basin, Intersection line method (Horton method), valley method, runoff analysis, Surface runoff model, Kinematic wave model (equivalent roughness model), Digital elevation model(DEM), Digital terrain model(DTM), Distributed runoff model