

### 線形計画法とは(1)

数値と数式で具体例を示します。

目的関数:  $Z = 120 X_1 + 90 X_2$  最大化(最適化)

制約条件:

$$X_1 + X_2 = 10$$

$$25 X_1 + 15 X_2 \leq 360$$

$$20 X_1 + 45 X_2 \leq 360$$

最適解

$$Z(\text{最適値}) = 1110, X_1 = 7, X_2 = 3$$

2

### 第1節 線形計画法とは

線形計画法は、一次の制約式からなる制約条件の下で、一次の目的関数の値を最大化する、あるいは最小化する変数の値を求める方法です。左のスライドは最大化の問題です。

### 線形計画法とは(2)

もう1つの具体例を示します。

目的関数:  $Z = X_1 + X_2$  最小化(最適化)

制約条件:

$$X_1 + X_2 \geq 4$$

$$2 X_1 + X_2 \geq 7$$

$$X_1 + 2 X_2 \geq 8$$

最適解

$$Z(\text{最適値}) = 5, X_1 = 3, X_2 = 3$$

3

次に、最小化の問題です。制約条件の式の不等号の向きが逆になっています。いずれにしる目的関数を最大か最小にする。線形計画法は、連立方程式に似た数学の問題です。

### 線形計画法とは(3)

主な用語

決定変数:  $X_1$  とか  $X_2$  のこと。

同じような用語として、生産プロセス、プロセス、アクティビティなどがあります。

技術係数(労働係数、土地係数、など):

利益係数:

制約量(定数項):

4

$X_1$  や  $X_2$  は、決定変数といいますが、農業経営学、営農計画などの分野では、生産プロセスとか単にプロセスとかアクティビティと呼んでいます。制約式の係数は、技術係数といいますが、制約式が労働に関する場合には労働係数と呼んだり、土地利用に関する制約式の場合は、土地係数などといったります。目的関数の係数は利益係数といいますが、定数項は制約量ということもあります。

## 第2節 営農計画モデルへの活用

### 営農計画モデルへの活用(1)

具体例を示します。

農業経営の保有する土地・労働力 自作地(水田)20ha 家族労働力3人 1日8時間労働、月間労働日数24日 X1:稲の作付面積(10a単位) X2:小麦の作付面積(10a単位) X3:大豆の作付面積(10a単位)
--

5

線形計画法が営農モデルで活用される具体例を示します。自作地の水田 20ha、労働力が 3 人・1 日 8 時間労働で月間労働日数 24 日、稲・小麦・大豆の 3 作物を生産する農業経営です。

### 営農計画モデルへの活用(2)

作目別収入支出・比例利益

費目	稲	小麦	大豆
収量(kg/10a)	510	420	250
単価(円/kg)	260	158	240
その他収益(円/10a)	0	0	0
粗収益(円/10a)	132,600	66,360	60,000
変動費(円/10a)	38,795	32,094	26,517
比例利益(円/10a) (利益係数)	93,805	34,266	33,483

6

作物ごとの 10a 当たり収支はスライドのとおりです。収量、単価、助成金などのその他収益から粗収益が得られます。経営費から変動費を計上して、粗収益から変動費を差し引いたものが比例利益です。これが利益係数になります。比例利益という用語は、損益分岐点分析や簿記では限界利益とか貢献利益といわれています。

### 営農計画モデルへの活用(3)

月別作業労働時間 (時間/10a)

月	稲	小麦	大豆
4月	0.2	0.3	-
5月	0.7	1.0	-
6月	2.8	0.5	0.6
7月	1.2	-	2.6
8月	2.0	-	0.5
9月	0.8	-	1.0
10月	1.4	0.2	-
11月	-	0.8	-
12月	-	0.7	-

7

作物生産に必要な作業労働時間は、スライドのとおりとします。作物ごとに 4 月から 12 月まで 10a 当たりの時間数です。

## 営農計画モデルへの活用(4)

モデル構築の考え方

[制約条件] 経営資源ごとに次のように考える。

営農に必要な量 ≤ 経営で利用できる量

[目的関数] 比例利益総額(最大化)

比例利益総額(限界利益、貢献利益)

= 各作目の(利益係数 × 作付面積)の合計

※比例利益総額が最大になると、固定費が一定ならば、農業所得も最大になる。

8

以上の想定の下で、営農計画モデルを構築します。スライドの赤い下線の式が基本的な考え方です。制約条件についてはこの式で大体 9 割以上は間に合います。営農に必要な量は経営で利用できる量を超えられないという、単純な事実です。

目的関数は通常は比例利益の総額です。これは各作物について利益係数に作付面積を乗じた積を合計したものです。固定費が一定ならば、比例利益総額が最大になった時に農業所得も最大になります。

## 営農計画モデルへの活用(5)

モデルの構築(1)

[制約条件]

土地(夏作):  $X1 + X3 \leq 200$

土地(冬作):  $X2 \leq 200$

労働(5月)  $0.7 X1 + 1.0 X2 + X3 \leq 576$

労働(6月)  $2.8 X1 + 0.5 X2 + 0.6 X3 \leq 576$

労働(7月)  $1.2 X1 + X2 + 2.6 X3 \leq 576$

労働(8月)  $2.0 X1 + X2 + 0.5 X3 \leq 576$

労働(9月)  $0.8 X1 + X2 + 1.0 X3 \leq 576$

労働(10月)  $1.4 X1 + 0.2 X2 + X3 \leq 576$

労働(11月)  $X1 + 0.8 X2 + X3 \leq 576$

9

モデル構築の考え方に、具体的な収支、労働係数等をあてはめるとスライドのようになります。制約条件として土地を夏作と冬作に分けると、夏作に稲と大豆、冬作として小麦が取り上げられます。労働の制約式は左辺が農作業に必要な量で、右辺が供給可能な量です。5月から11月まで月ごとに書かれています。

## 営農計画モデルへの活用(6)

モデルの構築(2)

[目的関数]

$Z = 93.805 X1 + 34.266 X2 + 33.483 X3 \rightarrow$  最大化

以上でモデルの完成です。

10

目的関数は比例利益(利益係数)と決定変数(作付面積)の積和です。以上でモデルの完成です。

## 営農計画モデルへの活用(7)

以上が計画モデルの構築の概略です。  
なお、モデルの構築は、線形計画法の活用における段階の1つです。

- 1) 問題の設定
- 2) 資料収集・調査
- 3) データの加工とモデルの構築
- 4) 最適解の計算
- 5) 最適解の解釈

11

モデルの構築は、線形計画法を活用する過程における段階の一段階です。これは順序正しくいく訳ではないですが、問題を設定し(例: 農機導入の効果を計測する)、その解決のために資料収集なりデータを加工してモデルの構築をする。そして、最適解を計算して、解釈する。解釈がうまくできない最適解とかであれば、前の段階に戻って繰り返すこととなります。

## モデル構築上の留意点(1)

(1) i番目のプロセス $x_i$ は、面積、頭数、金額などを表しますが、その単位はa, ha, 頭, 円, 千円, 万円など、どれでも構いません。  
それゆえ、 $x_1$ と $x_2$ の単位は違って構いません。たとえば、 $x_1$ はa単位、 $x_2$ は10a単位、 $x_3$ はha単位でも構いません。

12

### 第3節 モデル構築上の留意点

モデル構築における留意点をいくつか述べます。

まず、各プロセスの単位は何でもいいということです。たとえば、こんな事はあまりやらないんですが面積を a で表したり ha で表したりして構いません。畜産の飼料供給と必要量のバランス制約式になると、家畜は頭で、飼料作は ha で、購入飼料は kg で表したりします。

## モデル構築上の留意点(2)

(2) しかし、1つの制約式の中では、それぞれの項の単位(係数の単位×変数の単位)は同じでなければいけません。  
たとえば、作付面積で  $x_1$ はa単位、 $x_2$ は10a単位、 $x_3$ はha単位で、経営面積が10haとしたら、土地制約は次のようになります。

$$(10a単位) \quad 1/100 x_1 + 1/10 x_2 + x_3 \leq 10$$

$$(ha単位) \quad 1/10 x_1 + x_2 + 10 x_3 \leq 100$$

13

ただ、制約式は先ほどの例で言うと左辺が数式の積和になっていますから、各項の変数と係数をかけた数値の単位は同じでないと足し算ができませんので、同じになるように変数と係数の単位を考えます。左のスライドは、土地制約の例です。

### モデル構築上の留意点(3)

(つづき) 今度は雇用労働を例とします。  
月25日勤務の常時雇用X1の単位: 人/年  
ある月の臨時雇用X2の単位: 延人数(延日数)  
ある月の雇用労働の合計X3の単位: 時間  
これで、1日8時間労働ならば、X3は次のように表せます。

$$\text{(時間単位)} \quad X3 = (25 \times 8) X1 + 8 X2$$

14

次は雇用労働の例です。常時雇用は月 25 日の勤務で、その雇用量は年間の実人数で表しています。臨時雇用は延日数で表しています。この場合、雇用労働の合計量 X3 を時間単位で表すとしたら、1 日 8 時間労働であるなら、X3 はスライドの式のようになります。

### モデル構築上の留意点(4)

(3)現状を再現させたいあまり、次のような制約式を入れてしまう例がありました。

$$X1 = 7, X2 = 5, X3 = 8$$

現状の作付面積を、そのまま、制約式として表現しています。

その結果、「実行可能解がありません」と返されてしまいました。

結局、LPは使えないと考えてしまったようです。

15

構築した計画モデルの妥当性をチェックするのに、最適解で現状が再現されるか否かで判断する場合があります。色々試みてもなかなか再現されないと、スライドのように現状の作付面積を制約式で固定してしまうことがあります。すると、現状では農繁期に無理して計画モデルの制約量を超過して労働していたりすると、実行可能解がないという結果になってしまいます。

制約条件にするのは、労働や土地などの経営資源に関連するものにして、計算結果として求める作付面積を固定するのは避けます。なお、連作障害、生産調整、契約栽培とかで作付が制約される場合は例外です。

### モデル構築上の留意点(5)

(4)作物生産や家畜飼養の生産プロセス以外のプロセスの導入

経営成果・収支に関する内容もプロセス(決定変数)にすることができる。

16

生産プロセス(決定変数)になるのは作物生産の稲、麦、大豆、野菜だとか、畜産の乳用牛、繁殖牛、肥育牛だとか、直に農業生産に結びつく作目が、まず思い浮かびます。

しかし、農業経営に関する内容や概念であれば、それらもプロセス(決定変数)として導入できます。

## モデル構築上の留意点(6)

(4)つづき

たとえば、

X4: 粗収益、X5: 変動費総額、X6: 貢献利益  
を導入すると、次の制約式(定義式)が利用でき  
ます。

$$X4 = 132 X1 + 66 X2 + 60 X3$$

$$X5 = 39 X1 + 32 X2 + 27 X3$$

$$X6 = X4 - X5$$

17

左のスライドがその例です。経営成果を  
表す粗収益、変動費総額、貢献利益を決定変  
数にして、変数の間の関係(定義式)をモデ  
ルの中に組み込んでいます。

## モデル構築上の留意点(7)

(4)つづき

すると、

最適解で粗収益、変動費、貢献利益等が分かり  
ます。

また、目的関数を次のように修正しても構いませ  
ん。

$$Z = X6 \rightarrow \text{最大化}$$

18

このように、経営成果の定義式をモデル  
に組み込んでおくと、最適解を見れば粗収  
益がいくら、変動費総額がいくら、貢献利  
益がいくらと、わざわざ計算しなくても経営  
成果が分かります。

## モデル構築上の留意点(8)

(5)作付制約式の係数の特徴は、覚えておくと  
役に立ちます。

19

作付制約式の係数の特徴は覚えておくと  
役に立ちます。次のスライドで説明します。

## モデル構築上の留意点(9)

(5)つづき

水田作経営における稲作制約式は、たとえば次のようになります。X1の食用稲が生産調整の対象になるとします。生産調整率40%以上、水田20haとすると、

- a)  $X1 \leq 12 (20 \times (100 - 40)\%)$  あるいは
- b)  $X1 \leq (X1 + X2 + X3 + X4) \times (100 - 40)\%$   
(X4: 不作付面積)

20

例えば、水田作における生産調整が40%の場合は、経営面積が20haだと食用稲作は12ha以下という制約式になります。経営面積が30haになると12haは18haに修正することになります。

ところが、スライドのb)式のようにすれば、経営面積が変わっても修正する必要がありません。

## モデル構築上の留意点(10)

(5)つづき

a)式は水田面積が増減すると、定数項(右辺)を変更しなければなりません。

b)式は変更する必要がありません。

b)を定左形にすると、次のとおりです。

$$0 \geq 0.6 X1 - 0.4 X2 - 0.4 X3 - 0.4 X4$$

※定左形: 定数項が左辺にある形式

21

直前のスライドのb)式を単体表の形式にならって変形した式の形式、つまり定数項を左辺におき、変数とその係数を右辺におく形式を、定左形(ていさけい)と呼ぶことにします。

## モデル構築上の留意点(11)

(5)つづき 畑作経営では、輪作を維持するために、作付制約をつける場合が多い。たとえば、4年輪作で、1つの作目の作付率を30%以下に制約する場合、次のようになります。

$$Y1 \leq (Y1 + Y2 + Y3 + Y4) \times 0.3$$

定左形にすると、

$$0 \geq 0.7 Y1 - 0.3 Y2 - 0.3 Y3 - 0.3 Y4$$

22

畑作経営でも輪作などで、例えば4年輪作で、1つの作物が1/4以下だとすると4作物あったら4作物とも1/4に決まってしまうから、例えば作付率30%以下にして25%を超過することを許容すると、スライドのようになります。

## モデル構築上の留意点(12)

### (5) つづき

水田作でも畑作でも、制約を受けるプロセスの係数は、1から制約作付率を引いた値であり、その他のプロセスの係数は制約作付率にマイナスをつけた数値になっています。

$$0 \geq 0.6 X1 - 0.4 X2 - 0.4 X3 - 0.4 X4 \quad \text{水田作}$$

$$0 \geq 0.7 Y1 - 0.3 Y2 - 0.3 Y3 - 0.3 Y4 \quad \text{畑作}$$

23

水田作経営と畑作経営の作付制約式の定左形を並べると、定左形の作付制約式には特徴があるのが分かります。つまり、制約式によって作付制約を受ける作目（決定変数）の係数と、その他のプロセスの係数の絶対値を足すと1になります。また、不等号の向きを $\geq$ とすると、作付制約を受ける作目の係数がプラスになります。こういう形が作付制約式によく見られます。

## モデル構築上の留意点(13)

### (6) 固定費をモデル化できる整数計画法[3]。

採用されると固定費が発生するプロセスを $X1$ とし、発生する固定費（資本装備）を表すプロセスを $F1$ とします。

$X1 = 0$ なら $F1 = 0$ 、 $X1 > 0$ なら $F1 = 1$ となるようにしたい場合は、次の制約式を使います。

$$X1 \leq 1000 F1 \quad (F1: \text{固定費プロセス: 整数})$$

$F1$ の係数1000は $X1$ が超えない大きな数値です。

24

次は、整数計画モデルで固定費を扱う話題となります。

まず、固定費プロセスが0か1の値になる場合、すなわち固定費がかかるケースで1、固定費がかからないケースで0になる場合の制約式の作り方です。

## モデル構築上の留意点(14)

### (6) つづき

資本装備が2セット以上になる場合も予想される場合は、固定費プロセス $F1$ の係数を、資本装備1セットの負担可能面積とします。たとえば、負担可能面積が40haなら、次のようにします。

$$X1 \leq 40 F1$$

すると、 $40 \geq X1 > 0$  なら  $F1 = 1$

$$80 \geq X1 > 40 \text{ なら } F1 = 2$$

……となります。

25

次は、固定費プロセスが0、1、2、3・・・と、整数値で2以上になるケースがある場合の、制約式の作り方です。

## モデル構築上の留意点(15)

(6)つづき

固定費を考慮した整数計画モデル(事例)

生産プロセス:  $X_1 \sim X_3$  固定費プロセス:  $X_4$ (整数)

[制約条件]

$$\begin{aligned} \text{土地} & X_1 + X_2 + X_3 \leq 10 \\ \text{5月労働} & 45 X_1 + 15 X_2 + 27 X_3 \leq 360 \\ \text{9月労働} & 20 X_1 + 40 X_2 + 12 X_3 \leq 360 \\ \text{固定費負担} & X_3 \leq 10 X_4 \end{aligned}$$

[目的関数]

$$Z = 120 X_1 + 90 X_2 + 110 X_3 - 100 X_4$$

26

固定費プロセスを具体的に計画モデルで利用した事例です。

## モデル構築上の留意点(16)

(7)営農計画モデルの計算結果は、活用の多い順に、農業経営の経営的評価、地域の営農モデルの策定、個別経営の営農計画案の作成などに利用されています。その際の留意点として、次のようなことが指摘されます。

- (1)再現性(妥当性)
- (2)モデル対象経営の性格の明確化

27

線形計画モデルの計算結果を利用する際の留意点です。

## モデル構築上の留意点(17)

(7)つづき

- (1)再現性(妥当性)

再現性が損なわれる局面・要素は色々あり、特定は難しい。

経営者自身による経営実態の把握

聞き取り調査・記帳

データ整理、モデル構築

経営者のリスク選好、リスク選好の把握・設定

28

第1の留意点

再現性(妥当性)です。

## モデル構築上の留意点(18)

### (7)つづき

#### (2)モデル対象経営の性格の明確化

とくに、経営的評価において不可欠とされ、対象経営の性格(経営類型)を明確にして、その経営目標・目的に沿った分析、その分析に沿ったモデル構築が要請されるとしている[1]。

29

## 第2の留意点

モデル対象経営の明確化です。

## 線形計画法の計算プログラム(1)

### (1)使ったことがあるプログラム フリーのプログラム

CLP, XLP, (BFM, Z-BFM)  
micro-NAPS with FSME, (FAPS)  
LPsolve IDE

### コマーシャル版

What's Best, Excelのsolver機能

30

次は、最適解を求める計算プログラムです。30年ほど前にCLPというプログラムがありました。MS-DOSという小さなOSで動きました。20年前にWindows(95)が盛んになりCLPの後継としてXLPが開発されました。XLPに営農計画モデルの自動作成の機能を付けたのがBFM、さらに農業者に提示するための提案書等の表示・印刷で研究者以外にも分かりやすくしたのがZ-BFMで、私が開発に関係したシリーズの流れです。それとは別にFAPSの前身のmicro-NAPSというプログラムがありました。フリーで使えるものとしてlp\_solveがあります。コマーシャル版としてWhat's BestとかExcelのsolver機能があります。

## 線形計画法の計算プログラム(2)

### (2)CLP等の開発の経過

プログラム名	動作環境	機能
CLP(1986)	MS-DOS	単体表作成、最適解計算
CLP For Windows (2000)	同上	
XLP(1998)	Excel	同上
BFM(2006)	Excel	モデル作成、結果表示
Z-BFM(2010)	Excel	結果表示、提案書作成
nZBFM(2015)	Windows	モデル作成、計算、表示

31

私が開発に関わってきたプログラムは、スライドに示すとおりです。

## 計算プログラムの要点(1)

### (1) CLP及びXLPの概要

線形計画モデルはユーザが構築して、そのデータをCLPやXLPの所定の場所に転記して最適解を求めます。したがって、ユーザは線形計画法を、少なくとも計画モデルが構築できる程度に習得しておく必要があります。

32

まず、CLPです。これにはWindows版がありますが、起動すると表計算ソフトのような画面となり、この画面に単体表を記述し、この画面からLP(線形計画法)計算、GP(目標計画法)計算、IP(整数計画法)計算などが実行できます。マウスが使えないだけで、XLPとほぼ同様の計算機能があります。

## 計算プログラムの要点(2)

### (2) CLPからXLPへの移行で追加された機能

- (1) 単体表の分割記述
- (2) 単体表へのメモ欄の設置
- (3) 線形計画法の独習機能
- (4) 計算機能: 離散パラメトリック計算、逐次計画

注: (4)の機能には、XLP用のアドインが必要。

33

次にXLPです。これはCLPをイメージしてExcelのアドインとして開発しました。CLPの機能を引き継ぎましたが、利用して便利と思える機能があれば追加して改善してきました。単体表の記述位置の柔軟化、1枚のシートへの複数の単体表の記述、セルの編集機能、等々です。

## 計算プログラムの要点(3)

### (3) BFM、Z-BFM及びnZBFMの概要

線形計画法について理解していなくても利用することができます。しかし、農業経営における、費用の概念・把握方法、農業経営費と農産物生産費の違いなどについては理解しておく必要があります。

34

次にBFMですが、普及関係者等にLPを手軽に利用できるよう、営農計画モデルの作成自動化機能をXLPに付加しました。

さらに、農研機構と全農が共同でBFMをもとに、農業者の経営改善を支援する行政機関や農協担当者の営農指導に活用されるよう、計算結果の出力を一層分かりやすく工夫したZ-BFMを開発しました。

## 計算プログラムの要点(4)

### (4)BFM、Z-BFM及びnZBFMの機能

#### (1)モデルの自動作成機能

農業経営が保有する土地や労働力、作目の収支・作業時間等を登録すると、計画モデルを自動的に構築して、営農計画案を分かりやすく表示します。

35

BFM等の機能は、まず(1)営農計画モデルの自動作成機能です。サンプルデータがBFM等をインストールしたフォルダーのsampleというフォルダーの中にあります。

## 計算プログラムの要点(5)

### (4)つづき

#### (2)データベース管理機能

経営指標や営農条件の登録・変更・保存  
保存はテキストファイルに保存され、他のユーザに提供できます。

なお、調査データから経営指標を簡易に作成できる「経営指標管理支援プログラム」[2]があります。

36

次に(2)データベース管理機能です。経営指標シートや営農条件シートに入力したデータは、Excelファイルとして一括して保存できますが、各データをそれぞれテキストファイルとして保存し再利用することもできます。また、(3)計算した営農計画案を整理して表示することができますが、Z-BFMにはそれを提案書の形式でまとめる機能があります。

## 計算プログラムの要点(6)

### (4)つづき

#### XLP等との比較

(3)BFM等では複雑な制約式は作成できない。

(4)しかし、線形計画法を理解していれば、計画モデルを表示し、任意の制約式を追加することによってモデルを修正できる。その後、再計算してBFM等の形式で結果を表示することができる。

37

他方で、BFM等には制限があります。自動作成機能は処理内容が定型化されているので、半旬ごとの制約や輪作制約などはモデル化できません。ただ、対処方法としてマウスの右クリックで表示されるコンテキストメニューの一番下に[その他のメニュー]-[モデルの直接操作]メニューを設けて、自動作成の計画モデルに制約式を追加して最適計画案を再計算できるようになっています。

## 引用文献等

[1]溝田俊之・大江靖雄(2011):農業経営分析の展開と実践的農業経営分析構築上の課題、『食と緑の科学』、65、117-129.

[2]経営指標管理支援プログラム(2012):

URL: <http://fmrp.dc.affrc.go.jp/programs/farmplanning/bfd/>

[3]農業研究センター(1999):『線形計画法による農業経営の設計と分析マニュアル』、農林統計協会、55-58.